

## DER PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CLVII.

I. Ueber die specifische Wärme des  
Quecksilbergases;  
von A. Kundt und E. Warburg.

In seiner ersten Abhandlung über die kinetische Theorie der Gase bewies Clausius die Gleichung

$$\frac{H}{K} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k-1} \quad \dots \quad (1),$$

wo  $H$  die totale Energie des Gases und  $K$  die Energie der fortschreitenden Bewegung seiner Molecüle ist. Diese Gleichung gilt, wenn das Gas ein ideelles <sup>1)</sup> und seine specifische Wärme von der Temperatur unabhängig ist. Wenn man die letztere Voraussetzung fallen läßt, so muß man schreiben

$$\frac{\partial H}{\partial K} = \frac{2}{3} \frac{1}{k-1} \quad \dots \quad (1a),$$

wo  $r$  die absolute Temperatur nach dem Gasthermometer bedeutet.

Clausius hat bekanntlich die Gleichung (1) benutzt, um das Verhältniß  $\frac{H}{K}$  für ein Gas zu finden, wenn  $k$  durch das Experiment gegeben ist.

Wenn aber andererseits die Constitution des Gasmolecüls in hinreichender Weise definirt wird, so kann man aus der Theorie die linke Seite von (1a) und damit  $K$

1) D. h. wenn dasselbe dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz folgt, und bei einer Ausdehnung, die ohne Abgabe von Energie nach Außen Statt hat, keine Wärme absorbiert.

oder, was für ein ideelles Gas auf dasselbe hinauskommt, die spezifische Wärme theoretisch berechnen.

Ist das Gasmolecül ein materieller Punkt, so hat man  $H=K$  und daraus  $k=1,666 \dots$

Wie materielle Punkte verhalten sich vollkommen glatte elastische kugelförmige Theilchen. Sind die Gasmolecüle vollkommen elastische Körperchen, die nicht Kugelgestalt haben, so ist nach Maxwell<sup>1)</sup>

$$H = 2K, \text{ woraus } k = 1,333 \dots$$

Besteht das Molecül aus  $n$  materiellen Punkten (Atomen), welche durch anziehende Kräfte zusammengehalten werden, so ist nach Boltzmann<sup>2)</sup> die mittlere lebendige Kraft des Atoms gleich der lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls, d. h. wenn  $H'$  die totale kinetische Energie des Gases ist, so hat man

$$H' = nK.$$

Sey alsdann  $q$  das mittlere Potential des Molecüls, multiplicirt mit der Zahl der vorhandenen Gasmolecüle, so hat man

$$dH = dH' + dq = ndK + dq \quad (2).$$

Beziehen wir Alles auf die Masseneinheit und setzen

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial q}{\partial \tau} = \varepsilon,$$

wo  $R = \frac{p_0 v_0}{\tau_0}$  und  $v_0$  das spezifische Volumen des Gases bei dem Druck  $p_0$  und der absoluten Temperatur  $\tau_0$ , und beachten, daß dann  $K = \frac{3}{2} R\tau$ , so haben wir aus (2)

$$\frac{\frac{\partial H}{\partial \tau}}{\frac{\partial K}{\partial \tau}} = n + \frac{2}{3} \varepsilon,$$

daraus nach (1a)

$$k = \frac{2 + 3n + \varepsilon}{3n + \varepsilon} \quad (3),$$

welche Gleichung von Maxwell<sup>3)</sup> angegeben ist.

1) *Phil. Mag.* 4. Serie, Bd. XX, p. 86.

2) *Berichte d. Wien. Acad.* Bd. LXIII.

3) *Journal of the Chemical Society*, 2. Serie, Bd. XIII, p. 504. Bei

Nimmt man an, daß dieselben Theilchen, welche Träger der mechanischen und thermischen Eigenschaften der Gase sind, bei den chemischen Reactionen in Wechselwirkung treten, so muß man die Molecüle der Gase *O*, *N*, *H*, gemäß den chemischen Reactionen in Boltzmann's Theorie als aus  $2m$ , also *wenigstens* aus zwei materiellen Punkten gebildet denken.

Setzt man nun in Formel (3)  $n = 2$ , so erhält man

$$k \leq 1,333 \dots,$$

je nachdem  $\varepsilon \geq 0$ .

Setzt man  $n > 2$ , so wird  $k$  noch kleiner.

Für die Gase Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff liefert das Experiment einen Werth von  $k$ , welcher zwischen 1,395 und 1,413 liegt.

Keine der oben angedeuteten Annahmen über die Constitution eines Gasmolecüls giebt also von dem experimentellen Werth des  $k$  Rechenschaft und es besteht hier zur Zeit ein ungelöster Widerspruch zwischen der Erfahrung und der Theorie<sup>1)</sup>.

Es giebt aber Gase, welche nach den chemischen Reactionen einatomig sind, wenn man den Wasserstoff als zweiatomig ansieht; ein solches Gas ist das Quecksilbergas, worauf Hr. Baeyer uns hinwies, und es schien uns nun des hervorgehobenen Widerspruches halber von hoher Wichtigkeit für die Gastheorie, die spezifische Wärme dieses Gases experimentell zu bestimmen. Lieferte das Experiment für das  $k = \frac{c'}{c}$  dieses Gases den Werth 1,667, welcher nach der Clausius'schen Gleichung (1) einem Gase zukommt, dessen Molecüle sich wie materielle Punkte verhalten, so würde dadurch zwar die für die Gase *H*, *N*, *O* bestehende Schwierigkeit zunächst nicht gehoben werden;

Maxwell steht  $n$  statt  $3n$ , da er mit  $n$  nicht die Anzahl der Atome im Molecül, sondern die Anzahl der Variablen des Molecüls bezeichnet.

- 1) Maxwell, *Journ. Chem. Soc.*, 2. Serie, Bd. XIII, p. 504. Boltzmann, *Berichte der Wien. Academie* Bd. LXIII.

man hätte dann aber Grund anzunehmen, daß die Ursache des hervorgehobenen Widerspruchs zwischen Erfahrung und Theorie nicht in den Grundprincipien dieser stecke, sondern in der Art ihrer Anwendung auf die vorliegende Frage. Das Experiment hat uns nun gelehrt, daß der Werth von  $k$  für Quecksilbergas 1,186 mal so groß ist als für Luft. Setzt man  $k$  für Luft nach Röntgen<sup>1)</sup> gleich 1,405, so ergibt sich  $k$  für das Quecksilbergas 1,666. Damit ist denn bewiesen, *daß das Molecul des Quecksilbergases in Bezug auf seine mechanischen und thermischen Eigenschaften sich merklich wie ein materieller Punkt verhält.*

Wir bemerken, daß Hr. Naumann bereits i. J. 1867 die Frage aufgeworfen hat, ob nicht für Quecksilber als ein einatomiges Gas der Werth  $\frac{H}{K}$  in der Gleichung (1) gleich 1 sey und in Folge dessen dem Quecksilbergas die kleinstmögliche specifische Wärme zukäme<sup>2)</sup>.

Der Zweck dieser Abhandlung, von der wir einen Auszug in den Berichten der chemischen Gesellschaft<sup>3)</sup> zu Berlin veröffentlicht haben, ist, einen ausführlichen Bericht über die Experimentaluntersuchung zu geben, welche zu dem angegebenen Resultat geführt hat.

Wir haben die gesuchte Gröfse aus dem Verhältniß der Schallgeschwindigkeit des Quecksilbergases zu derjenigen der Luft und dieses Verhältniß nach der von einem von uns<sup>4)</sup> früher angegebenen Methode der Staubfiguren ermittelt.

Mißt man die Länge der stehenden Wellen, welche die beiden Enden eines longitudinal tönenden Glasrohres in zwei Gassäulen verschiedener Beschaffenheit und bekannter Temperatur erregen, so hat man

1) Pogg. Ann. Bd. CXLIII, S. 603.

2) Ann. der Chem. u. Pharm. 1867, Bd. 142, S. 282. Siehe auch Berichte der deutschen chem. Gesellsch. 1875, S. 1063 u. 1514.

3) Berichte der deutschen chem. Gesellsch. 1875, S. 945.

4) Pogg. Ann. Bd. CXXVII, S. 497 und Bd. CXXXV, S. 337.

$$\frac{l}{l'} = \sqrt{\frac{k}{k'} \cdot \frac{t}{t'} \cdot \frac{d'}{d}} \dots \dots (4),$$

wo  $l$  Wellenlänge,  $k$  Verhältniß der specifischen Wärmen,  $t$  absolute Temperatur,  $d$  Dichte unter den Normalverhältnissen des Druckes und der Temperatur für das eine Gas und die gestrichelten Buchstaben dieselben Werthe für das andere Gas bedeuten.

Aus der Gleichung (4) kann alsdann  $\frac{k'}{k}$  berechnet werden.

Die Hauptschwierigkeit der Methode besteht einmal darin, in einem Raume, welcher nur Quecksilberdampf enthält und welcher einer Temperatur von etwa 300° Cels. ausgesetzt wird, hinreichend scharfe, zur Messung geeignete stehende Wellen des Quecksilbergases hervorzurufen, und zweitens darin, die Temperatur dieses Raumes hinreichend genau zu bestimmen.

Nach mannigfachen Versuchen wurden wir schließlich auf eine Construction des Apparates zur Erzeugung der stehenden Quecksilberwellen geführt, die sich sehr gut bewährte.

Der Apparat ist in Fig. 1, Taf. VI in ungefähr  $\frac{1}{2}$  natürlicher Gröfse gezeichnet.

$ab$  ist ein aus den ungleich weiten Röhren  $ac$  und  $cb$  zusammengesetztes Rohr, welches, wenn es in den Punkten  $c$ ,  $d$  und  $e$  oder in zweien dieser Punkte befestigt ist, und zwischen  $cd$  angerieben wird, seinen dritten Longitudinalton (bei dem  $c$ ,  $d$  und  $e$  Knoten sind) rein und kräftig giebt. Bei  $c$  stehen die beiden Röhren nicht in Communication, sondern sind durch eine Glaswand von einander getrennt.

In das Rohr  $cb$  ist, bevor dasselbe bei  $b$  zugeschmolzen wurde, ein an beiden Enden offenes Rohr  $feg$  eingeführt, welches bei  $f$  und  $e$  durch Platin- oder Aluminiumdrähte, die um das innere Rohr gewickelt sind, fest in dem äußeren Rohr gehalten wird und nur durch die Drähte bei  $f$  und  $e$  mit dem äußeren Rohr in fester Ver-

bindung steht. In das Rohr ist eine kleine Menge gut gechlühter Kieselsäure zur Bildung der Staubfiguren gebracht. Bei *h* befindet sich ein enger seitlicher Auslauf. Nachdem durch diesen eine gewogene Menge Quecksilber in den Apparat eingeführt ist, wird der Auslauf an die Quecksilberpumpe angeschmolzen, der Apparat durch häufiges Einlassen trockner Luft zunächst sorgfältig getrocknet und dann, soweit es mit der Quecksilberpumpe möglich ist, ausgepumpt. Hierauf wird der seitliche Auslauf bei *h* abgeschmolzen. Wenn nun *cb* auf eine Temperatur von etwa 300° gebracht wird und eine geeignete Menge Quecksilber in dem Apparat sich befindet, so werden stehende Wellen im Quecksilbergas von dem eingeführten Pulver mit großer Schärfe verzeichnet. Wir hatten anfangs versucht, ohne ein inneres Rohr zu benutzen, die Staubwellen direct am Boden des äußeren Rohres *cb* zu erzeugen. Durch die mit den Longitudinalschwingungen immer co-existirenden Transversalschwingungen wurde indess die Regelmäßigkeit der Staubfiguren zu sehr beeinträchtigt<sup>1)</sup>. Das innere Rohr, welches das tönende nur in zwei Knoten *f* und *e* berührt, wird fast gar nicht in Schwingung versetzt, und die Staubfiguren bilden sich daher in ihm mit voller Regelmäßigkeit. Um gleichzeitig mit den Quecksilberwellen die Wellen des gleichen Tones in der Luft zu erhalten, ist das Ende *a* zugeschmolzen und etwas aufgeblasen. Ueber dieses Ende *a* wird eine etwa 1600<sup>mm</sup> lange Glasröhre, welche an einem Ende durch einen Kork geschlossen ist, geschoben. Von der Röhre ist in der Zeichnung nur ein Stückchen *ik* angegeben. In dem Rohr befindet sich etwas Lycopodium, welches die durch das freie Ende *a* erregten stehenden Luftwellen durch die Staubfiguren sichtbar macht.

Es erübrigt noch, mit kurzen Worten den Heizkasten, in welchem das Quecksilberrohr auf die gewünschte hohe Temperatur gebracht wurde, zu beschreiben. Derselbe ist in Fig. 3, Taf. VI in einem Querschnitt gezeichnet. Er

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXV, S. 347 ff.

besteht  
mit der  
ten bei

Die  
sichtbar  
und m  
lassen  
Kaster  
therm  
der V  
Appar  
und K  
als m  
Oeffn  
best

In  
inner  
wurd  
halte

N  
gleich  
Figu  
nend  
form  
erset  
2<sup>mm</sup>,  
dem  
Luft  
sten  
Que  
gele  
Reil  
sind

so

1)

besteht aus drei einander umschließenden Kästen  $K_1, K_2, K_3$  mit den Deckeln  $D_1, D_2, D_3$  und einem unten offenen, an Ketten hängenden Ueberwurf  $U$ .

Die Ketten  $p$  gehen über Rollen (in der Figur nicht sichtbar), welche an der Decke des Zimmers befestigt sind, und mittels dieser Ketten kann der Ueberwurf herabgelassen und aufgezogen werden. Die Vorderwände des Kastens sind zum Einlegen des Apparates und des Luftthermometers mit Schlitzten versehen, welche bis zur Mitte der Vorderwände heruntergehen. Nach dem Einlegen des Apparates werden diese Schlitzte durch Schieber von oben und Blechstücke von unten (siehe Fig. 4, Taf. V) so gut als möglich geschlossen. Die noch bleibenden kleinen Oeffnungen zwischen Rohr und Schiebern werden mit Asbest sorgfältig verstopft.

In der Zeichnung (Fig. 2, Taf. VI) sieht man in den innersten Kasten das tönende Rohr eingezeichnet, dasselbe wurde bei  $r$  und  $s$  durch zwei geeignete Klemmen gehalten.

Neben dem Quecksilberrohr und mit demselben in gleicher Höhe liegt das cylindrische Glasrohr  $L$  (in der Figur ist dasselbe der Deutlichkeit wegen unter das tönende Rohr gezeichnet), durch welches das kleine kugelförmige Luftvolumen eines Jolly'schen Luftthermometers<sup>1)</sup> ersetzt war. Das Rohr  $L$  setzt sich bei  $t$  in ein etwa 2<sup>mm</sup>,5 weites Rohr fort, welches aus dem Kasten heraus zu dem Gestell des in der Figur weggelassenen Jolly'schen Luftthermometers führt. Außerdem waren in den innersten Kasten durch die Wände hindurch bei  $r$  und  $t$  zwei Quecksilberthermometer eingeführt, welche von Außen abgelesen wurden. Geheizt wurden die Kasten durch eine Reihe von etwa 50 Bunsen'schen Brennern. In der Figur sind der Deutlichkeit halber nur etwa 30 gezeichnet.

War nun der Apparat in den Heizkasten eingelegt, so wurde zunächst Stand und Temperatur des Luftthermo-

1) Pogg. Ann. Jubelband 8. 82.

meters abgelesen und die Brenner angezündet. Es wurde dann so lange an der Heizvorrichtung regulirt, bis die beiden bei  $r$  und  $t$  eingeführten Quecksilberthermometer die gleiche gewünschte Temperatur dauernd zeigten. In diesem Fall war auch der Stand des Luftthermometers stationär.

War dies erreicht, so wurde das Luftwellenrohr  $ik$  (Fig. 2, Taf. VI), welches vorher entfernt war, an seinen Platz gebracht. In die beiden Enden desselben wurden zwei Thermometer eingeführt, und man wartete bis auch diese stationär geworden waren. Der eine Beobachter notirte alsdann den Stand dieser Thermometer, entfernte sie aus dem Rohr, schloß das hintere Ende desselben durch einen Kork und rieb dann das tönende System zwischen  $r$  und  $s$  auf seinen dritten Longitudinalton an, so daß in dem Quecksilber- und in dem Luftrohr die Staubwellen entstanden. Mittlerweile machte der zweite Beobachter die erforderlichen Einstellungen und Ablesungen am Luftthermometer.

Ehe wir die Resultate unserer definitiven Versuche zusammenstellen, schicken wir einige Angaben voraus, um den Grad der Sicherheit festzustellen, mit welcher die einzelnen zur Bestimmung der gesuchten Gröfse gebrauchten Data ermittelt werden konnten.

Als diejenige Gröfse, welche durch unsere Versuche bestimmt wird, bezeichnen wir das Verhältniß  $\frac{k'}{k}$ , dessen Werth nach Gleichung (4) gegeben ist durch

$$\frac{k'}{k} = \left(\frac{l}{l'}\right)^2 \cdot \frac{r}{r'} \cdot \frac{d'}{d} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (5).$$

Wir wollen die auf der rechten Seite stehenden sechs Gröfsen der Reihe nach betrachten.

1) Für  $d'$ , die Dichte des Quecksilberdampfes bezogen auf die Normalverhältnisse von Druck und Temperatur haben wir die von Dumas experimentell bestimmte Dampfdichte des Quecksilberdampfes, nämlich 6,9783 genommen, welche mit der theoretischen so nahe überein-

stimmt, daß die Differenz zu vernachlässigen ist. Es ist dabei vorausgesetzt, daß der Dampf sich unter den Bedingungen unserer Versuche wie ein vollkommenes Gas verhält. Diese Voraussetzung wird experimentell dadurch gerechtfertigt, daß für die GröÙe  $\frac{k'}{k}$  bei sehr verschiedenen Graden der Sättigung des Quecksilberdampfes der gleiche Werth gefunden wurde. Wir haben nämlich drei verschiedene Apparate, welche in der Folge mit den Nummern I, II und III bezeichnet werden sollen, und welche verschiedene Mengen Quecksilber enthielten, gebraucht, und die Messungen außerdem bei verschiedenen Temperaturen ausgeführt.

Der Apparat I enthält so viel Quecksilber, daß derselbe bei 281° Cels., bei welcher Temperatur dem Quecksilberdampf ein Druck von 159<sup>mm</sup> zukommt, gesättigt war. Beobachtet wurde mit diesem Apparat bei den Temperaturen 300 bis 350. Dem in dem Apparat vorhandenen Quecksilber kommt nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz bei diesen Temperaturen ein Druck von 164 bis 179<sup>mm</sup> zu, während die Drucke der Sättigung seyn würden 242 bis 663<sup>mm</sup>.

Der Apparat II enthielt eine Quecksilbermenge, welche den Raum bei 320° Cels. sättigen würde und zwar bei einem Druck von 369<sup>mm</sup>. Beobachtet wurde mit dem Apparat zwischen 333 und 346° Cels. Bei diesen Temperaturen steht der vorhandene Quecksilberdampf nach den genannten Gesetzen unter einem Druck von 333 bis 346<sup>mm</sup>, während die entsprechenden Drucke der Sättigung seyn würden 478 bis 612<sup>mm</sup>.

Der Apparat III enthielt so viel Quecksilber, daß ein Theil desselben bei der Beobachtungstemperatur flüssig blieb, also der Dampf gesättigt war.

Obwohl also den vorstehenden Angaben gemäß bei sehr verschiedenen Sättigungsgraden beobachtet wurde, ergab sich in den Versuchen kein merklicher Unterschied des Werthes  $\frac{k'}{k}$ .

2)  $d$  ist die Dichte der feuchten Zimmerluft in dem Luftwellenrohr bei  $0^{\circ}$  Cels. und  $760^{\text{mm}}$  Druck. Der Feuchtigkeitsgehalt der Zimmerluft wurde durch ein August'sches Psychrometer bestimmt, und hiernach wurde  $d$  berechnet. Die Berücksichtigung der Feuchtigkeit bringt eine Aenderung von circa  $\frac{1}{2}$  Proc. im Resultat hervor.

3)  $l$  ist die Länge der Staubwelle im Luftwellenrohr. Die Bestimmung dieser Gröfse ist mit außerordentlicher Schärfe ausführbar, und ist  $l$  in unsern Versuchen mit einem mittlern Fehler von weniger als  $\frac{1}{3}$  Proc. behaftet, ein Fehler, welcher als verschwindend anzusehen ist. Die Zahl der jedesmal gemessenen Luftwellen betrug etwa 30. Das Wellenrohr war so weit und es wurde so wenig Lycopodium genommen, dafs eine Verkleinerung der Wellenlänge durch Reibung nicht Statt hatte <sup>1)</sup>.

4)  $l'$  ist die Länge der Schallwelle im Quecksilbergas. Eine Schwierigkeit in der genauen Ermittlung dieses Werthes entsteht dadurch, dafs man das Rohr, in dem die Wellen durch die Kieselsäure aufgezeichnet werden, beim Anreiben nicht beobachten kann <sup>2)</sup>. Wenn man, um sicher zu seyn, dafs das Pulver hinreichend kräftig bewegt worden ist, das tönende Rohr mehrmals anreibt, so tritt bei starker Bewegung gewöhnlich ein Wandern der Rippen und dadurch eine Ungleichmäfsigkeit in den Figuren ein, welche erhebliche Irrthümer bei der Messung zur Folge haben kann. Wir haben diese Störung dadurch unschädlich gemacht, dafs wir, nachdem durch Klopfen eine gleichmäfsige Vertheilung des Pulvers unten am Boden des Rohres bewirkt war, das Rohr selbst um nahe  $90^{\circ}$  drehten, so dafs das Pulver nun seitlich an der Wand haftete. Beim Tönen fällt dann die Kieselsäure an den Bäuchen herab und bildet dort die bekannten Rippungen, während an den Knotenstellen das Pulver seitlich liegen bleibt. Die scharf mefsbaren Abstände dieser Knoten-

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXV, S. 365 und 527.

2) Wir haben neuerdings eine Einrichtung getroffen, durch die das Rohr während des Versuchs beobachtet werden kann.

punkte  
befand  
Appara  
Längen  
Versuch  
schauun  
und zu

1) Es w  
ander im  
bildete St

Mitte

punkte entsprechen dann den richtigen Wellenlängen. Es befand sich immer nur *sehr wenig* Kieselsäure in dem Apparat. Die folgende Tabelle giebt die gemessenen Längen der Staubwellen des Quecksilbergases für zwei Versuche. Man gewinnt durch die Tabelle eine Anschauung von dem Grad der Genauigkeit der Messung und zugleich von der Gleichheit der einzelnen Wellen.

1) Es wurden 25 neben einander im Quecksilbergas gebildete Staubwellen gemessen:

$\frac{\lambda}{2}$
21,0 <sup>mm</sup>
20,8
20,9
20,9
21,6
21,2
21,4
20,6
21,6
21,2
20,9
21,0
20,9
21,4
21,2
20,4
21,9
21,3
21,4
21,6
20,8
20,6
21,1
21,3
21,0

Mittel 21,12.

2) Es wurden 16 neben einander im Quecksilbergas gebildete Staubwellen gemessen:

$\frac{\lambda}{2}$
18,3 <sup>mm</sup>
20,8
19,9
19,5
20,4
19,9
20,9
19,7
20,9
20,0
19,1
19,9
20,4
19,6
19,7
18,8

Mittel 19,84.

5) Die mittlere absolute Temperatur des Luftwellenrohres  $t = 273 + t$  wurde, wie oben angegeben, durch zwei Thermometer ermittelt, von denen das dem Heizkasten nähere immer eine etwas höhere Temperatur zeigte. Die Angaben beider Thermometer differirten durchschnittlich um  $\frac{1}{2}^{\circ}$  Cels. Ein Fehler von  $2^{\circ}$  in der Bestimmung von  $t$  bringt einen Fehler von etwa  $\frac{1}{3}$  Proc. im Resultat hervor.

6)  $t' = 273 + t'$  ist die mittlere absolute Temperatur des Quecksilbergases, welche, wie oben erwähnt, aus den Angaben des Luftthermometers berechnet wurde.

Die Berechnung geschah nach folgender Formel:

$$t' = \frac{P - \frac{p_1}{1 + \alpha t_1} + \frac{v}{V} \left\{ \frac{P}{1 + \alpha t_2} - \frac{p_1}{1 + \alpha t_1} \right\}}{\alpha \cdot \left[ \frac{p_1}{1 + \alpha t_1} - \frac{v}{V} \left\{ \frac{P}{1 + \alpha t_2} - \frac{p_1}{1 + \alpha t_1} \right\} \right] - P},$$

wo

$p_1$  und  $t_1$  Druck und Temperatur der Luft im Luftthermometer vor Beginn des Versuches;

$P$  der Druck derselben Luft während des Anreibens;

$t_2$  Temperatur des aus dem Heizkasten herausragenden Volumens  $v$  des Luftthermometers,

$\gamma = 0,0000256$  Ausdehnungscoefficient des Glases;

( $\gamma t_1$  und  $\gamma t_2$  ist gleich Null gesetzt);

$V$  Volumen des Luftthermometers im Heizraum;

$v$  Volumen der Luft des Thermometers außerhalb des Heizraumes.

Es wurden im Verlauf der Untersuchung zwei Luftthermometer benutzt, für das eine war

$$V = 346^{\text{ccm}} \text{ und } v = 3^{\text{ccm}}, 69,$$

für das andere

$$V = 340^{\text{ccm}} \text{ und } v = 5^{\text{ccm}}, 31.$$

Um beurtheilen zu können, in wie weit die Temperatur des inneren Heizraumes in den Momenten der Versuche eine gleichmäßige war, wollen wir die Angaben des Luftthermometers zusammenstellen mit den Angaben

der o  
silber  
die r  
unter  
Danel  
Wert  
such  
sprech  
tabell

No

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16

A

entne  
chen  
Vergl  
da di  
Was  
suche  
hofer  
ger M  
Versu  
Allge  
ters l  
positi  
L —

der oben erwähnten in den Heizkasten eingeführten Quecksilberthermometer. Die folgende Tabelle enthält unter  $L$  die nach dem Luftthermometer berechnete Temperatur, unter  $Q$  die von den Quecksilberthermometern angegebene. Daneben befindet sich die Differenz  $L - Q$ , so wie der Werth der Gröfse  $k'$ , welcher aus dem betreffenden Versuch berechnet wurde. Die Nummern der Versuche entsprechen den Nummern in der unten folgenden Haupttabelle.

No.	$Q$	$L$	$L - Q$	$k'$
1	286,0	275,4	-10,6	1,685
2	290,2	293,1	+ 2,9	1,668
3	295,5	300,3	+ 4,8	1,653
4	333,5	330,4	- 3,1	1,664
5	335,0	337,8	+ 2,8	1,669
6	330,5	340,4	+ 9,9	1,651
7	342,0	341,0	- 1,0	1,671
8	342,5	342,9	+ 0,4	1,673
9	338,8	343,4	+ 4,6	1,662
10	350,5	356,3	+ 5,8	1,675
11	341,5	333,0	- 8,5	1,678
12	328,3	334,4	+ 6,1	1,644
13	338,5	335,9	- 2,6	1,664
14	338,0	337,6	- 0,4	1,665
15	346,5	344,3	- 2,2	1,681
16	340,5	340,3	- 0,2	1,667

Aus der vorstehenden Tabelle läßt sich zunächst entnehmen, daß die Quecksilberthermometer nahezu gleichen Gang mit dem Luftthermometer hatten. Eine genaue Vergleichung jener mit diesem haben wir nicht angestellt, da die Quecksilberthermometer nur zur Controle dienten. Was nun die Uebereinstimmung in den einzelnen Versuchen betrifft, so glauben wir dieselbe in Anbetracht der hohen Temperaturen und der Gröfse des Heizraumes einiger Maassen befriedigend nennen zu können. Nur in drei Versuchen zeigen sich Abweichungen von 8 bis 10°; im Allgemeinen ist das (aus den Angaben des Luftthermometers berechnete)  $k'$  verhältnismäßig klein, wenn  $L - Q$  positiv und groß, hingegen verhältnismäßig groß, wenn  $L - Q$  negativ und erheblich ist. Dies muß in der That

stattfinden, wenn im ersten Fall eine zu hohe, im zweiten eine zu tiefe Temperatur in Rechnung gebracht ist.

Da bei den in den Versuchen benutzten Temperaturen ein Fehler von 5° in der Bestimmung von  $\tau'$  einen Fehler von nahe 1 Proc. im Resultat hervorbringt, so liegt in der Bestimmung von  $\tau'$  die Hauptfehlerquelle des Experimentes.

Nach dieser Discussion lassen wir die Resultate der mit den drei oben erwähnten Apparaten angestellten Versuche folgen.

In den nachstehenden Tabellen bedeutet  $t$  die Temperatur im Luftwellenrohr,  $t'$  die aus dem Luftthermometer berechnete Temperatur des Quecksilbergases in Centigraden.

$l$  ist die gemessene halbe Wellenlänge der Luft,  $l'$  die halbe Wellenlänge des Quecksilbergases.

Unter  $\log d$  ist der Logarithmus der Dichte der feuchten Zimmerluft (bestimmt mit Hülfe des Psychrometers) angegeben.

Unter  $\frac{k'}{k}$  befinden sich die nach Gleichung (5) aus den Versuchen berechneten Werthe.

Daneben ist unter  $k'$  der Werth des Verhältnisses der specifischen Wärmen des Quecksilbergases gesetzt, wie er sich aus jedem einzelnen Versuch ergibt, wenn der Werth von  $k$  nach Röntgen gleich 1,405 gesetzt wird.

Diejenigen Werthe von  $k'$ , auf die wir uns in unserer ersten Mittheilung in den Berichten der deutschen chemischen Gesellschaft bezogen, sind mit einem \* versehen. Die nicht besternten Versuche sind erst nach jener Mittheilung angestellt.

Dieselben zeigen etwas größere Abweichungen vom Mittel als die ersteren.

No.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10

No.

11  
12  
13  
14  
15

No.

16

D  
recte

## Apparat I.

Gesättigt mit Quecksilber bei 281°.

No.	$t$	$l$	$t'$	$l'$	$\log d$	$\frac{k'}{k}$	$k'$
1	22,7	35,14	275,4	19,78	9,99736	1,1995	1,6853
2	23,3	35,10	293,1	19,95	9,99725	1,1874	1,6683
3	24,6	35,13	300,3	19,96	9,99723	1,1768	1,6535
4	25,3	35,33	330,4	20,63	9,99691	1,1846	1,6645
5	26,2	35,47	337,8	20,83	9,99675	1,1877	1,6687*
6	24,5	35,34	340,4	20,76	9,99742	1,1749	1,6507
7	25,9	35,46	341,0	20,90	9,99675	1,1890	1,6705*
8	24,1	35,34	342,9	20,94	9,99675	1,1907	1,6729*
9	24,1	35,34	343,4	20,89	9,99723	1,1828	1,6618
10	22,9	35,23	356,3	21,16	9,99695	1,1920	1,6748
Mittel						1,1865	1,6671

## Apparat II.

Gesättigt mit Quecksilber bei 320° C.

No.	$t$	$l$	$t'$	$l'$	$\log d$	$\frac{k'}{k}$	$k'$
11	26,5	40,81	333,0	23,92	9,99654	1,1943	1,6780*
12	25,2	40,75	334,4	23,72	9,99661	1,1698	1,6437
13	26,8	40,87	335,9	23,92	9,99693	1,1843	1,6640
14	23,2	40,70	337,6	24,00	9,99702	1,1852	1,6652*
15	27,1	40,93	344,3	24,21	9,99659	1,1963	1,6807*
Mittel						1,1860	1,6663

## Apparat III.

Mit Quecksilber übersättigt.

No.	$t$	$l$	$t'$	$l'$	$\log d$	$\frac{k'}{k}$	$k'$
16	30,8	37,32	340,3	21,78	9,99664	1,1865	1,6670*

Den vorstehenden Tabellen gemäß stellen wir als *directes* Resultat unserer Untersuchung hin, daß

$$\frac{k'}{k} = 1,186 \text{ ist.}$$

Je nachdem man nun setzt

$k = 1,3945$  (berechnet aus Regnault's Schallgeschwindigkeitsbestimmung der Luft),

$k = 1,4130$  (berechnet aus den Beobachtungen der Schallgeschwindigkeit von Moll und van Beek),

$k = 1,405$  (Ergebnis der directen Versuche Röntgen's<sup>1)</sup>)

erhält man

$$k' = 1,655$$

$$= 1,676$$

$$= 1,666.$$

Der Werth 1,405 dürfte als der zuverlässigste zu betrachten seyn und damit wird der Werth von  $k'$  bis etwa auf  $\frac{1}{1000}$  genau derjenige, den die kinetische Gastheorie fordert, wenn die Molecüle des Quecksilbergases in thermischer wie in mechanischer Beziehung als materielle Punkte zu betrachten sind.

Aus dem Werth  $k' = 1,666$  ergibt sich die specifische Wärme des Quecksilbergases bei constantem Volumen bezogen auf die Volumeinheit  $c$  nach bekannten Regeln als die kleinste aller bisher bekannten, nämlich

$$c = 0,1027,$$

wenn die der Luft gleich 0,1690 gesetzt wird.

Dem Obigen fügen wir noch folgende Bemerkung hinzu. Unsere ursprüngliche Absicht war, die Temperatur des Raumes, in dem sich das Quecksilberrohr befand, nicht durch ein Luftthermometer zu bestimmen, sondern dadurch, daß wir die Schallgeschwindigkeit der Luft in jenem Raum ermittelten. Zu diesem Zwecke war gleichzeitig mit dem Quecksilberapparat in den Heizraum ein dem ersteren ganz ähnlicher Apparat eingeführt, in dessen Innern sich aber statt des Quecksilbergases Luft befand. Nimmt man an, daß  $k = \frac{c'}{c}$  für Luft unabhängig von der

1) Pogg. Ann. Bd. CXLVIII, S. 603.

Temperat  
turen d  
rates v  
und de  
rohr ka  
werden

Wir  
daß di  
kleiner  
führtes  
dies da  
wände  
versch

peratur  
Wellen  
vergröß  
auch d  
gender  
stant s  
die spe  
diese V

bis zu  
specifis  
peratur  
derung  
kann.  
scheid  
Der si  
steigen  
Gasthe  
damit  
Entsch

1) Pogg.  
Bd.

Pogge

Temperatur ist, so verhalten sich die absoluten Temperaturen der Luft in den beiden Wellenröhren dieses Apparates wie die Quadrate der Wellenlängen; aus diesen und der Temperatur der Luft in dem äußeren Wellenrohr kann also die Temperatur des Heizraumes gefunden werden.

Wir haben indess durch besondere Versuche gefunden, daß die so ermittelte Temperatur  $r'$  des Heizraumes stets kleiner war, als diejenige, welche ein gleichzeitig eingeführtes Luft- oder Quecksilberthermometer gab. Es kann dies daher rühren, daß der störende Einfluß der Röhrenwände<sup>1)</sup>, welcher, wie wir uns überzeugten, für das kalte Rohr verschwindend war, für das heiße einen merklichen Werth hatte. Eine Steigerung dieses Einflusses muß durch Temperaturerhöhung eintreten, da durch diese sowohl die Wellenlänge wie die Reibung und Wärmeleitung der Luft vergrößert wird. Die erwähnte Thatsache könnte aber auch daher rühren, daß der Werth  $k$  für Luft mit steigender Temperatur abnimmt. Die Annahme, daß  $k$  constant sey, gründet sich auf Regnault's Versuche über die specifische Wärme  $c'$  der Luft bei constantem Druck; diese Versuche erstrecken sich aber nur auf Temperaturen bis zu 200°, ferner hat Regnault immer die mittlere specifische Wärme für ein verhältnißmäßig großes Temperaturintervall untersucht, so daß ihm eine kleine Aenderung jener Größe mit der Temperatur entgangen seyn kann. Unsere Versuche genügen bisher nicht zur Entscheidung zwischen den beiden genannten Annahmen. Der sichere Nachweis einer Abnahme des  $k$  für Luft mit steigender Temperatur würde, wie uns scheint, für die Gastheorie von erheblicher Bedeutung seyn und wir sind damit beschäftigt, die Frage durch weitere Versuche zur Entscheidung zu bringen.

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXV, S. 541. Kirchhoff, Pogg. Annalen, Bd. CXXXIV, S. 177.

## II. *Experimentelle Untersuchung eines Falles der Arbeitsleistung des galvanischen Stromes; von R. Colley in Moskau.*

Bevor ich den Hauptgegenstand der vorliegenden Arbeit berühre, sey es mir erlaubt einige, zum Theil bekannte, allgemeine Betrachtungen über die Arbeitsleistungen des Stromes vorausszuschicken. Die theoretischen Principien, welche meiner Untersuchung zu Grunde liegen, gehen als specieller Fall aus diesen allgemeineren Betrachtungen hervor.

Die Quantität der Energie, welche in irgend einer bestimmten galvanischen Combination, z. B. im Daniell'schen Elemente, bei Auflösung von 1 Grm. Zink frei wird, ist bei gegebenen Bedingungen der Temperatur und des Druckes eine constante Gröfse. Sie ist das mechanische Aequivalent der chemischen Processe, welche in der Kette vorgehen, und ist die algebraische Summe aller derjenigen Quantitäten von Energie, welche bei jeder einzelnen Reaction frei werden. Sie ist von der Zeit, welche zur Auflösung des Zinkes erforderlich war, unabhängig. Verbinden wir die Pole der Batterie durch einen Draht, so delocalisiren wir nur so zu sagen das Auftreten der Energie. Voraussetzend z. B., dafs der Strom keine äufser mechanische Arbeit verrichte, bemerken wir, dafs die Wärme, anstatt nur an der Stelle hervorzutreten, wo die Reaction vorgeht, sich über den ganzen Stromkreis verbreitet, und nach dem bekannten Joule'schen Gesetze in den einzelnen Theilen desselben in einer, dem Widerstande der letzteren proportionalen Quantität zum Vorschein kommt.

Nennen wir  $K$  die Quantität der Energie, welche sich im Daniell'schen Elemente durch die Auflösung von 1 Grm. Zink entwickelt,  $Q$  die Quantität der Wärme, welche in einer Zeiteinheit im ganzen Stromkreise frei

wird, v  
entspre  
tet,  $q$   
und  $T$   
von 1 C

Die  
Anwen  
Motor  
teren d  
Die Gr

setz  $Q$   
der Ke  
kreises

Die  
dafs de  
der Ve  
sich zu  
surd fü  
Schwäc  
von de  
Stromk  
haben

Wi  
 $J$  und  
 $JT =$   
Gesetz

1) Die  
heit  
2) Auf  
mer  
tatio  
völl

wird, wenn der Strom keine äußere Arbeit leistet,  $Q'$  die entsprechende Quantität, wenn der Strom Arbeit verrichtet,  $q$  die Größe dieser Arbeit in der Zeiteinheit <sup>1)</sup>,  $T$  und  $T'$  die Zeiten, welche in beiden Fällen zur Auflösung von 1 Grm. Zink erfordert werden; wir erhalten sodann:

$$\text{ohne Arbeitsleistung} \quad K = QT \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\text{mit Arbeitsleistung} \quad K = Q'T + qT' \quad . \quad . \quad (2).$$

Die zweite dieser Gleichungen findet z. B. in dem Falle Anwendung, wenn der Strom einen elektromagnetischen Motor bewegt. Die erste, wenn die Bewegung des letzteren durch ein mechanisches Hinderniß aufgehalten ist. Die Größen  $Q$  und  $Q'$  sind uns durch das Joule'sche Gesetz  $Q = \frac{E^2}{R}$  gegeben, wo  $E$  die elektromotorische Kraft der Kette,  $R$  der gesammte Widerstand des Schließungskreises ist.

Die Veränderung von  $Q$  in  $Q'$ , einzig in Folge dessen, daß der Strom Arbeit zu leisten beginnt, kann nur von der Veränderung von  $E$  oder  $R$  abhängen. Es ist leicht sich zu überzeugen, daß letztere Annahme zu einem Absurd führt <sup>2)</sup>. Man nehme an, daß die stets eintretende Schwächung des Stromes, wenn derselbe Arbeit leistet, von der Vergrößerung des gesammten Widerstandes des Stromkreises um eine gewisse Größe  $r$  abhängig sey; wir haben sodann aus den Gleichungen (1) und (2)

$$K = \frac{E^2}{R} \cdot T = \frac{E^2}{R+r} T' + qT'.$$

Wir haben aber  $\frac{E}{R} T = \frac{E}{R+r} T'$ ; oder wenn wir durch  $J$  und  $J'$  die entsprechenden Stromstärken bezeichnen,  $JT = J'T'$ . Dies ist nichts anderes, als das Faraday'sche Gesetz in etwas veränderter Form, nämlich daß die zur

1) Die Größen  $Q$ ,  $Q'$  und  $q$  sind selbstverständlich in denselben Einheiten ausgedrückt, nämlich in absoluten Einheiten der Arbeit.

2) Auf diesen Umstand hat, so viel mir bekannt, zuerst Edlund aufmerksam gemacht (Pogg. Ann. Bd. 131, S. 592). Seine Argumentation ist, wenngleich nicht in mathematischer Form entwickelt, völlig überzeugend.

Auflösung von 1 Grm. Zink erforderlichen Zeiten den Stromstärken umgekehrt proportional sind. Nach Division der Gleichung durch  $\frac{E}{R} T$ , erhalten wir

$$E = E + q \cdot \frac{R + r}{E}.$$

Diese Gleichung ist unmöglich, wenn  $q$  nicht Null ist, was aber unserer Annahme widerspricht.

Es bleibt folglich nur die zweite Annahme übrig, nämlich, daß die Schwächung des Stromes, wenn er Arbeit leistet, durch das Auftreten einer neuen, der Batteriekraft entgegengesetzten elektromotorischen Kraft in dem Stromkreise erzeugt wird. Diese Annahme bestätigt sich in allen bis jetzt untersuchten Fällen. So werden z. B. im Falle eines elektromagnetischen Motors durch die Bewegung des Ankers, wie bekannt, im Schließungskreise Ströme inducirt, welche immer dem Batteriestrom entgegengesetzt sind. Dasselbe bemerken wir auch, wenn der Strom Arbeitsleistung in der Form von Zerspaltung chemischer Molecüle vollbringt, z. B. wenn er Wasser in einem Voltameter zersetzt; hierbei kommt die elektromotorische Kraft der sogenannten Polarisation der Elektroden zum Vorschein, welche den Batteriestrom schwächt, usw. Benennen wir mit  $e$  diese, der Batteriekraft  $E$  entgegengesetzte, elektromotorische Kraft. Es nehmen dann die Gleichungen (1) und (2) folgende Gestalt an:

$$K = \frac{E^2}{R} \cdot T = \frac{(E - e)^2}{R} T + q T.$$

Wir haben jedoch auch hier  $\frac{E}{R} T = \frac{E - e}{R} T'$  nach dem Faraday'schen Gesetze. Nach Division der Gleichung durch  $\frac{E}{R} T$ , erhalten wir

$$q = \frac{e(E - e)}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Diese Gleichung ist äußerst wichtig, denn sie erlaubt

uns eine der Größen  $q$  oder  $e$  zu berechnen, wenn die andere gegeben ist<sup>1)</sup>.

Sie kann noch in folgenden Formen geschrieben werden.

Es sey  $\frac{e}{R} = i$ , wir erhalten dann:

$$q = i (J - i) \cdot R \quad . \quad . \quad . \quad (3a).$$

Die Gröfse  $Q = \frac{E^2}{R}$  einführend, kann man ihr auch diesen Ausdruck geben:

$$\frac{q}{Q} = \frac{e}{E} - \frac{e^2}{E^2} \quad . \quad . \quad . \quad (3b).$$

Und schliesslich kann man  $\frac{QT}{qT} = \frac{e}{E} - \frac{e^2}{E^2}$  schreiben. Aber  $QT$  ist  $= K$ ; bezeichnen wir mit  $k = qT'$  die Quantität der äusseren Arbeit des Stromes während der Auflösung von 1 Grm. Zink und benutzen wir das Verhältniß  $T = T' \cdot \frac{E - e}{E}$ , so erhalten wir schliesslich

$$\frac{e}{E} = \frac{k}{K} \quad . \quad . \quad . \quad (3c).$$

Im Vorhergehenden haben wir angenommen, daß die Gröfse der Arbeit  $q$  constant sey; ist sie mit der Zeit veränderlich, so müssen unsere Betrachtungen auf das Zeitelement bezogen werden. Es ist dann leicht, die entsprechenden Differentialgleichungen zu erhalten. Für unseren Zweck ist die Betrachtung des soeben auseinander gesetzten einfachsten Falles genügend.

Wenn wir, anstatt Arbeit durch den Strom zu verrichten, das Experiment so ordneten, daß eine äussere Arbeit zur Verstärkung des Stromes verwendet wäre, so müssen in obiger Gleichung die Zeichen von  $q$  und  $e$  ver-

1) Es ist mir nicht bekannt, wer zuerst auf die Existenz dieser Correlation zwischen den Gröfsen  $q$  und  $e$  aufmerksam gemacht hat. In Anwendung auf specielle Fälle findet man diese Gleichung schon bei Koosen (Pogg. Ann. Bd. 91, S. 525, 1845) und bei Clausius (Bibliothèque Univ. de Genève, T. 36, p. 119, Jahrg. 1857. Siehe auch Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie II, S. 222).

ändert werden und die Gleichung (3) sich in folgende umgestalten:

$$q = \frac{e(E+e)}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Dies trifft z. B. ein, wenn wir den Anker des elektromagnetischen Motors durch äußere Anstrengung in einer Richtung drehen, welche derjenigen Bewegung, die er durch die Einwirkung des Stromes erhält, entgegengesetzt ist.

Die Gleichung (3) hat eine ganz allgemeine Bedeutung und wird in allen Fällen angewandt, wo der Strom Arbeit verrichtet. Der Zweck der vorliegenden Untersuchung war: diese Gleichung auf eine bis jetzt unerforschte Erscheinung anzuwenden und die Existenz der elektromotorischen Kraft  $e$  experimentell zu bestätigen, welche letztere im gegenwärtigen Falle zu keiner Kategorie der bis jetzt bekannten elektromotorischen Kräfte gehört, und als eine elektromotorische Kraft neuer Art betrachtet werden muß.

Stellen wir uns folgendes Experiment vor: der Strom eines Daniell'schen Elementes gehe durch eine senkrechte, 1 Meter hohe, Colonne einer Auflösung von irgend einem Salze, z. B. von salpetersaurem Silber, wobei er in die Flüssigkeit durch silberne Elektroden ein- und austritt; zugleich gehe er noch durch ein Galvanometer.

Nehmen wir an, daß der Strom während des Zeitraumes, der zur Auflösung von 1 Grm. Zink in der Kette erforderlich ist, durch den Apparat gehe.

Nach dem Faraday'schen Gesetze löst sich in demselben Zeitintervall auf einer der Elektroden eine äquivalente Menge Silber auf und eine gleiche Quantität setzt sich auf der anderen ab. Wenn der Strom in der Flüssigkeit hinaufsteigt, hebt er dieses Silber, die Schwere desselben überwindend, 1 Meter hoch. Er verrichtet folglich mechanische Arbeit im eigenen Sinne des Wortes. Bei entgegengesetzter Richtung des Stromes sinkt dieselbe Quantität Silber von der Höhe eines Meters herab. Wir haben also in diesem Falle eine, der ersten nach abso-

luter C  
gesetz  
führun  
Richtu  
Salze  
zu sub  
bart s  
sung i  
ist jed  
Mehrz  
rung,  
bleibt  
Nähe

D  
inner  
Elekt  
durch  
stimm  
Elekt  
der u  
wolle  
Stelle  
auf c  
brach  
1 Ki  
über  
gram  
9 au  
leich  
Hak  
auch  
mete

in r  
des  
der  
wel

luter Gröfse gleiche, aber dem Zeichen nach entgegengesetzte Arbeit. Freilich findet gleichzeitig mit der Ueberführung des Silbers eine Ueberführung in entgegengesetzter Richtung derjenigen Atomgruppe statt, welche in dem Salze mit dem Silber verbunden war, was eine von der ersten zu subtrahirende Arbeit ergibt. Diese Erscheinung offenbart sich dadurch, dafs sich die Concentration der Lösung in der Nähe der Elektroden verändert; diese Arbeit ist jedoch, wie wir später sehen werden, in der grofsen Mehrzahl der Fälle geringer als die der Metallüberführung, so dafs ein Ueberschufs zu Gunsten der letzteren bleibt. Die Flüssigkeit, welche nicht in unmittelbarer Nähe der Elektroden war, bleibt ohne alle Veränderung.

Das soeben Gesagte ist ganz unabhängig von dem inneren Wesen der molecularen Processe, welche bei der Elektrolyse vorgehen. Die Gröfse der Arbeit wird nur durch das Endresultat der Ueberführung der Materie bestimmt. Der Umstand, dafs sich vielleicht auf die obere Elektrode nicht dasjenige Silber absetzt, welches sich auf der unteren auflöste, hat hier gar keine Bedeutung. Wir wollen dies durch ein anschauliches Beispiel erläutern. Stellen wir uns eine senkrechte Stange vor, an welcher auf den Höhen von 0<sup>m</sup>, 1<sup>m</sup>, 2<sup>m</sup> . . . 10<sup>m</sup>, Haken angebracht sind; auf den Hacken 0, 1, 2 . . . 9 hängen je 1 Kilogrm. Wenn wir vom Haken 0 1 Kilogrm. auf 10 übertragen, so verrichten wir eine Arbeit von 10 Kilogrammetern; dieselbe Arbeit wird auch verrichtet, wenn 9 auf 10, 8 auf 9 . . . 0 auf 1 gehängt wird. Es ist leicht zu ersehen, dafs, wie man auch die Lasten auf den Haken herumsetzt, wenn das Endresultat dasselbe ist, auch die algebraische Summe aller Arbeiten 10 Kilogrammetern gleich bleibt.

Folglich unterscheidet sich der in Rede stehende Fall in nichts von allen übrigen Fällen von Arbeitsleistung des Stromes. Auch hier kann die Arbeit nur auf Kosten der durch den Strom entwickelten Wärme vor sich gehen, welche ihrerseits nur durch das Erscheinen im Stromkreise

einer, der Batterie entgegengesetzten, elektromotorischen Kraft abnehmen kann. Nennen wir diese elektromotorische Kraft  $e_a$ . Für den Fall, daß der Strom in der Flüssigkeitscolonne niedersteigt, hat  $e_a$  dasselbe Vorzeichen wie die elektromotorische Kraft der Batterie. Aus dem Gesagten folgt, daß, wenn alle übrigen Versuchsbedingungen gleich bleiben, der in der Flüssigkeit aufsteigende Strom schwächer als der niedersteigende seyn muß, denn in einem Schließungskreise gleichen Widerstandes ist im ersten Falle die elektromotorische Kraft  $E - e_a$ , im zweiten aber  $E + e_a$  thätig.

Berechnen wir jetzt, die Gleichung (3c) benutzend, die GröÙe dieser elektromotorischen Kraft  $e_a$  für eine 1 Meter hohe Colonne von salpetersaurem Silber, indem wir durch  $E_D$  die elektromotorische Kraft von 1 Daniell bezeichnen. Der Einfachheit wegen wollen wir die Arbeit bei der Ueberführung der mit dem Metall verbundenen Säuregruppe für den Augenblick ignoriren und erst später in Betracht ziehen. Da die Gleichung (3c) nur die Verhältnisse von GröÙen enthält, so sind die Einheiten, in welchen diese GröÙen ausgedrückt werden, ganz willkürlich. In Wärmeinheiten ausgedrückt, ist  $K$  die Wärmemenge, welche 1 Grm. Zink bei Ausscheidung einer aequivalenten Menge Kupfer aus einer Lösung von Kupfervitriol entwickelt.

Nach Favre und Silbermann<sup>1)</sup> ist  $K = 0,714$  Calorien. Um  $k$  zu berechnen, müssen wir in Betracht nehmen, daß die einem Grm. Zink aequivalente Menge Silber  $\frac{2 \cdot 108}{65} = 3,324$  Grm. ist. Bei der Hebung dieses Silbers ein Meter hoch, wird also eine Arbeit von 0,003324 Kilogrammometer verrichtet. Um diese Arbeit in denselben Einheiten wie  $K$  auszudrücken, müssen wir sie noch durch 425 (das mechanische Wärmeäquivalent) dividiren. Aus der Gleichung  $e_a = \frac{k}{K} E_D$  erhalten wir  $e_a = \frac{0,003324}{425 \cdot 0,714} \cdot E_D$  oder  $e_a = 0,00001095$  Daniell.

1) Pouillet-Müller's Lehrbuch der Physik, 7. Aufl. II, S. 880.

Die Correction bezüglich der Arbeit bei der Ueberführung der Atomgruppe, die mit dem Metalle verbunden ist, kann aus den Versuchen über die sogenannte „Wanderung der Ionen“ berechnet werden. Hittorf's Arbeiten haben uns mit einer großen Anzahl Zahlenwerthe für diesen Gegenstand versehen<sup>1)</sup>).

Die Ueberführung der Materie bei der Elektrolyse kann auf verschiedene Art vor sich gehen. *A priori* läßt sich darüber nichts bestimmen, es kann dies nur auf experimentellem Wege ermittelt werden. Stellen wir uns vor, daß auf der positiven Elektrode sich ein Molecül Silber auflöse, und daß sich eben so viel an der negativen absetze, die Flüssigkeit jedoch unverändert bleibe, so daß durch ein, irgend wo in derselben angebrachtes Diaphragma ein Molecül Silber nur so zu sagen von dem positiven zum negativen Pol übergehe, die Gruppe  $\text{NO}_3$ , jedoch ihren Platz nicht ändere. Wir können uns auch vorstellen, daß auf jedes, durch das Diaphragma gehende Molecül Silber ein, in entgegengesetzter Richtung durchgehendes Molecül  $\text{NO}_3$  komme, was sich durch Verminderung der Concentration der Lösung am negativen Pole und Vergrößerung derselben am positiven offenbart; denn sofort entsteht aus der Gruppe  $\text{NO}_3$  das frühere Salz durch Auflösung des Stoffes der Elektrode. Schließlich kann diese Wanderung der Materie auch in beliebiger anderer Proportion vor sich gehen, so können z. B. auf jedes Molecül Silber zwei Molecüle  $\text{NO}_3$  durchgehen. Folgendes Schema erläutert diese drei Fälle. Die senkrechte Linie stellt das Diaphragma vor.

1) Hittorf, Pogg. Ann. Bd. 89, 98, 106, 108. Auch Wiedemann, Galv. I, S. 555 (2. Aufl.).

	I.		II.		III.	
Vor der Elektrolyse	AgNO <sub>3</sub>	AgNO <sub>3</sub>	AgNO <sub>3</sub>	AgNO <sub>3</sub>	2 AgNO <sub>3</sub>	2 AgNO <sub>3</sub>
Nach der Elektrolyse	AgNO <sub>3</sub> Ag	NO <sub>3</sub>	2 Ag	2 NO <sub>3</sub>	3 Ag	Ag NO <sub>3</sub> 3 NO <sub>3</sub>
Nach der Wiederherstellung des Salzes	AgNO <sub>3</sub> Ag	Ag NO <sub>3</sub>	2 Ag	2 Ag NO <sub>3</sub>	3 Ag	4 Ag NO <sub>3</sub>

Die gesammte Quantität des freien, sowie des aufgelösten Silbers nach der Elektrolyse, erweist sich jedes Mal im Ueberschusse links von dem Diaphragma um 1 Aequivalent; die überschüssigen Quantitäten NO<sub>3</sub> rechts sind resp. 0, 1, 2. Jedoch sind die durch den Apparat gegangenen Elektricitätsmengen in den drei Fällen ungleich. Sie werden durch die Quantitäten des niedergeschlagenen Silbers gemessen, welche resp. den Zahlen 1, 2, 3 proportional sind. Wenn wir die genannten Ueberschüsse auf die Elektricitätsmenge beziehen, welche 1 Aequivalent Silber niederschlägt, so erhalten wir:

	I.	II.	III.
Ueberschüsse des Silbers am negativen Pol	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
Ueberschüsse der Gruppe NO <sub>3</sub> an dem positiven Pol	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$

Ueberhaupt, wenn der Metallüberschuss auf dem einen Pole =  $\frac{1}{n}$  Aequivalent ist, so ist der Ueberschuss der Säuregruppe auf dem entgegengesetzten Pole =  $1 - \frac{1}{n}$ .

Die Ermittlung dieser Größen  $\frac{1}{n}$  für verschiedene Körper war der Hauptgegenstand von Hittorf's Unter-

suchun  
Gesetz  
ficient  
ten, w  
Tempe  
ändert  
rem S  
 $\frac{1}{n} = 0$   
Es  
die bes  
kraft  
Für d  
des M  
entgeg  
der A  
In der  
tität d  
Quant  
folge  
noch  
De  
ist: N  
vom C  
finden  
ist.  
Säure  
berüb  
muß  
der C  
Mater  
= 0,4  
welch

suchungen. Es ergab sich, daß sie keinem einfachen Gesetze folgen und nur die Bedeutung empirischer Coëfficienten haben. Jedes Salz hat seinen eigenen Coëfficienten, welcher sich mit der Concentration und vielleicht der Temperatur der Lösung in nur sehr geringem Maasse verändert. Für eine concentrirte Lösung von salpetersaurem Silber (1 Theil Salz auf 2,72 Theile Wasser) ist

$$\frac{1}{n} = 0,522.$$

Es ist leicht zu begreifen, in welchem Zusammenhange die beschriebenen Erscheinungen mit der Arbeit der Schwerkraft stehen, wenn die Flüssigkeitscolonne senkrecht ist. Für den Fall II ist bei gleicher Quantität der Molecüle des Metalls und der Säuregruppe, welche gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung übergeführt werden, die Gröfse der Arbeit dem Gewichte der Molecüle direct proportional. In dem III. und ähnlichen Fällen verhält sich die Quantität der übergetragenen Molecüle der Säuregruppe zu der

Quantität der Metallmolecüle wie  $\frac{1 - \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = n - 1$ ; demzu-

folge muß die Arbeit der Ueberführung der Säuregruppe noch mit diesem Factor multiplicirt werden.

Das Gewicht der Gruppe  $\text{NO}_3$  für salpetersaures Silber ist:  $\text{N} = 14,3$ ,  $\text{O} = 48$ , zusammen 62; folglich beträgt es vom Gewichte des Silbers  $\frac{62}{108}$  Theile. Aus  $\frac{1}{n} = 0,522$  finden wir, daß der Factor  $n - 1$  für dieses Salz: 0,9156 ist. Folglich beträgt die Arbeit der Ueberführung der Säuregruppe  $0,9156 \cdot \frac{62}{108}$  oder 0,5257 der Arbeit der Silberüberführung, d. i. etwas über die Hälfte. Diese Arbeit muß von letzterer subtrahirt werden. Schließlic ist also der Gesamtbetrag der Arbeit der Ueberführung der Materie bei der Elektrolyse des Silbersalzes  $1 - 0,5257 = 0,4743$  der Arbeit der eigentlichen Metallüberführung, welche wir bei Berechnung der elektromotorischen Kraft  $e$ ,

allein in Betracht gezogen haben. Da die Kraft  $e_a$  der Arbeit proportional ist, so muß man, um ihren wahren Werth zu finden, die oben erhaltene GröÙe  $e_a = 0,00001095$  mit 0,4743 multipliciren. Nach dieser Correction erhalten wir:

$$e_a = 0,000005195.$$

Dies ist die wahre GröÙe der gesuchten elektromotorischen Kraft.

Bei einigen von Hittorf untersuchten Salzen, wie z. B. Iod-Zink und Iod-Cadmium, ist der Coëfficient für Iod größer, als der Coëfficient der entsprechenden Metalle, ja selbst größer als die Einheit. Daraus folgt, daß die Arbeit bei der Ueberführung des Iods größer ist, als die Arbeit der Metallüberführung und daß folglich die elektromotorische Kraft  $e_a$  das entgegengesetzte Vorzeichen haben muß. Wir brauchen uns nicht auf die Discussion der Gründe dieser scheinbaren Anomalien einzulassen<sup>1)</sup>. Wir haben soeben gesehen, daß das Vorzeichen und die GröÙe der Arbeit sowie der elektromotorischen Kraft  $e_a$  nur durch das Endresultat der Ueberführung der Materie bedingt wird und von jeder Hypothese über das innere Wesen der Elektrolyse durchaus unabhängig ist.

Aus der oben angeführten Gleichung (3) läßt sich folgender für den Experimentator sehr unerfreulicher Schluß ziehen: nämlich daß  $e_a$  eine constante GröÙe für eine gegebene Flüssigkeitscolonne ist, und nicht mit der Stromstärke der Batterie oder mit der Arbeit  $q$  zunimmt. Letztere ist in der That der Stromstärke proportional; den Coëfficient der Proportionalität mit  $A$  bezeichnend, haben wir  $q = A \frac{E - e_a}{R}$ . Da aber  $Q = \frac{E^2}{R}$ , so erhalten wir laut Gleichung (3b)  $e_a = A = \text{const.}$  Folglich ist die oben erhaltene GröÙe für das salpeters. Silber  $e_a = 0,000005195$  eine absolute, nur durch die Höhe der Flüssigkeitscolonne bedingte GröÙe dieser elektromotorischen Kraft.

Ungeachtet der geringen GröÙe der elektromotorischen Kraft  $e_a$  und des bedeutenden Widerstandes eines Schlie-

1) Siehe übriges Hittorf loc. cit.

lsungsk  
liegt je  
lsungsk  
wird un  
der Gr  
nomete  
Gränze  
experim  
des stö  
heit de  
man d  
seitigun  
sind ni  
mäßige  
daß de  
höhere  
Zur  
Theorie  
vorläuf  
talle,  
mir di  
wähnte  
Erziele  
Da  
cher S  
bedeut  
derstar  
Mögli  
diese  
Ein  
Entfer  
aus d  
einer  
Ström  
Al  
deren  
ersich

lsungskreises, welcher lange Flüssigkeitscolonnen enthält, liegt jedoch der Strom, welcher in einem solchen Schließungskreise durch die elektromotorische Kraft  $e$ , erzeugt wird und welchen ich  $i$ , benennen werde, nicht außerhalb der Gränze der Empfindlichkeit unserer heutigen Galvanometer, obwohl er, wie wir sogleich sehen werden, dieser Gränze sehr nahe kommt. Die Hauptschwierigkeit der experimentellen Untersuchung bestand in der Beseitigung des störenden Einflusses der Ströme, welche von Ungleichheit der Elektroden, Polarisation usw. herrührten. Stellt man die Versuche ohne specielle Vorrichtungen zur Beseitigung derselben, oder ohne besondere Sorgfalt an, so sind nicht nur diese Ströme, sondern auch die unregelmäßigen, zufälligen Schwankungen ihrer Stärke derartig, daß der Strom  $i$ , im Vergleiche mit ihnen fast eine Gröfse höherer Ordnung ist.

Zur experimentellen Bestätigung der Prävisionen der Theorie suchte ich das salpetersaure Silber aus. Einige vorläufige Versuche mit Salzen leichter oxydirbarer Metalle, insbesondere mit schwefelsaurem Kupfer, zeigten mir die Unbrauchbarkeit der letzteren. Die soeben erwähnten unregelmäßigen Ströme machten nämlich das Erzielen sicherer Resultate unmöglich.

Das hohe Aequivalent des Silbers, welches, bei gleicher Stärke des äufseren Stromes, eine verhältnismäßig bedeutende Gröfse der Arbeit  $q$  bedingt, seine grofse Widerstandsfähigkeit gegen oxydirende Agentien, und die Möglichkeit sehr reines Silber zu bereiten, bewogen mich diese Wahl zu treffen.

Einige vorläufige Versuche zeigten mir auch, daß die Entfernung der Luft und überhaupt aller aufgelösten Gase aus der Flüssigkeit durch Sieden, oder besser mittelst einer Luftpumpe, viel zur Beseitigung der unregelmäßigen Ströme beiträgt.

Als Flüssigkeitscolonnen gebrauchte ich zwei Glasröhren, deren Einrichtung aus der schematischen Zeichnung Fig. 1 ersichtlich ist. Das Ende  $D$  ist geschlossen,  $B$  offen und

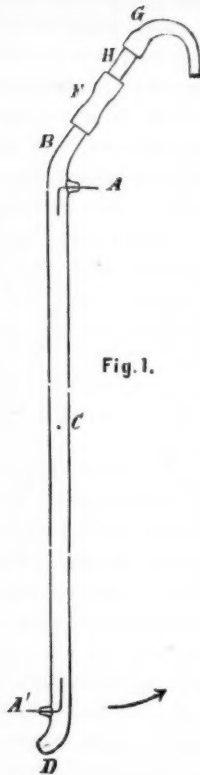


Fig. 1.

zum Aufsetzen eines Kautschuk-schlauches eingerichtet. Bei *A* und *A'* sind zwei seitliche Röh-chen ausgezogen, in welche zwei als Elektroden dienende Silber-drähte mit Schellack eingekittet sind. Die Röhre ist an ein Stä- tiv befestigt, welches ihr ge- stattet, sich um die horizontale Axe *C* zu drehen, die ihrer Rich- tung perpendicular ist, und durch ihren Schwerpunkt geht, so daß jedes beliebige Ende der Röhre nach oben gerichtet werden kann. Die Röhre konnte in der Rich- tung des Pfeils eine halbe Um- drehung machen und in der in- termediären horizontalen Lage aufgehalten werden. Auf das Ende *B* war zuerst ein kurzes Kautschukröhrchen *F* aufgesetzt, weiter das Glasröhrchen *H*, von welchem aus erst der Kautschuk- schlauch *G* zur Luftpumpe ging. Die Flüssigkeit wurde bis zum Niveau *H* eingegossen, und dar- nach die Luftpumpe in Spiel gesetzt, wobei man die Röhre

horizontal stellen konnte, um die in der Flüssigkeit auf- gelöste Luft nicht dem Drucke der ganzen Flüssigkeits- colonne auszusetzen. Die Ausscheidung von Luftbläs- chen hörte erst nach Verlauf von einigen Tagen auf.

Nachdem der größte Theil der Gase aus der Flüssig- keit entfernt war, wurde die Röhre an den Stellen *F* und *G* durch zwei Quetschhähne geschlossen. Sodann konnte man sie umdrehen, ohne die Flüssigkeit zu vergießen. Das Kautschukrohr *G* und die zu den silbernen Elektroden

gehend  
drehun  
Luftbl  
Röhre  
Lage  
den E

Da  
andere  
der Si  
die Er  
Ströme  
sonder  
bereite  
Draht  
unbed  
von d

Ein  
hatte  
fernum  
ist. S  
salpet  
Der C  
galvan

Di  
Röhre  
Sie h  
Lösun  
Der V  
den I  
Lösun  
als de

D  
von M  
Wie  
Fig. 1  
7. Au  
der R

gehenden Drähte waren so angeordnet, daß sie der Umdrehung der Röhre nicht hinderlich waren. Die sehr kleinen Luftbläschen, welche mit Verlauf der Zeit dennoch in der Röhre zum Vorschein kamen, sammelten sich, je nach Lage derselben, an den Enden *B* oder *D* an, ohne mit den Elektroden *A* und *A'* in Berührung zu kommen.

Da ein Gehalt der Silberelektroden an Kupfer oder anderen leicht oxydirbaren Metallen zu einer Einwirkung der Silberlösung auf die Elektroden Anlaß gegeben und die Entstehung der schon oft erwähnten unregelmäßigen Ströme zu Folge gehabt hätte, so richtete ich meine besondere Aufmerksamkeit auf die Reinheit des Silbers. Ich bereitete es selbst auf galvanischem Wege und zog es zu Draht aus. Eine chemische Analyse zeigte darin nur ganz unbedeutende Spuren von Eisen, welche wahrscheinlich von dem Hammer oder dem Ziehisen herstammten.

Eine meiner Röhren, welche ich No. 1 nennen werde, hatte die Länge von 1<sup>m</sup>,60, wobei unter Länge die Entfernung zwischen den silbernen Elektroden zu verstehen ist. Sie war mit einer Lösung gefüllt, welche 381 Grm. salpetersaures Silber in einem Liter der Lösung enthielt. Der Querschnitt der Röhre war ungefähr 2,0<sup>o</sup>Cent.; der galvanische Widerstand betrug 774 Siemens-Einheiten.

Die Röhre No. 2 bestand aus zwei in eine breitere Röhre eingesetzten und mit Schellack verkitteten Stücken. Sie hatte die Länge von 3<sup>m</sup>,60; die Concentration der Lösung war ungefähr 300 bis 310 Grm. Salz per Liter. Der Widerstand derselben ist nicht gemessen worden, aber den Dimensionen der Röhre und der Concentration der Lösung nach zu urtheilen, war er beinahe doppelt so groß als der erste, d. i. gegen 1500 Siemens-Einheiten.

Das Galvanometer, dessen ich mich stets bediente, war von Meyerstein nach dem Modell angefertigt, welches in Wiedemann, Lehre vom Galvanismus, 2. Aufl. Th. II Fig. 140 und Pouillet-Müller's Lehrbuch der Physik, 7. Aufl., Th. II, Fig. 230, abgebildet ist. Der Widerstand der Rolle des Multiplicators war = 4077 Siemens-Einheiten.

Von den zweien zur Compensirung des Erdmagnetismus bestimmten Magneten, benutzte ich stets nur den kleinen; den großen nahm ich fort.

Bei einiger Geduld, kann man diesem Galvanometer eine fast unbegrenzte Empfindlichkeit ertheilen. Es ist nicht schwer, es dahin zu bringen, daß die Bewegung des astatischen Magnetpaares eine aperiodische (nach du Bois-Reymond's Benennung) werde. Der aus seiner Gleichgewichtslage herausgebrachte Magnet schwingt dann nicht mehr um dieselbe mit allmählig abnehmender Amplitude, sondern nähert sich ihr asymptotisch. Der Vortheil, den diese überaus große Empfindlichkeit des Galvanometers bietet, ist aber nur ein scheinbarer. Die Bewegungen des Magnets werden äußerst langsam. Die Veränderung der horizontalen Componente des Erdmagnetismus in Stärke und Richtung, so wie auch die Veränderung des Momentes eines jeden der drei Magnete des Galvanometers bedingt eine beständige Schwankung der Gleichgewichtslage. Wenn der ablenkende Strom ein nicht völlig constanter ist, so bedingt die Veränderung seiner Stärke eine Schwankung der Lage des abgelenkten Magnetes. Inmitten aller dieser Bewegungen, welche von so verschiedenartigen Ursachen herrühren, ist es schwer sich mit Sicherheit zu orientiren.

Daher zog ich es vor, die Bewegung periodisch zu lassen und mich nur einigermassen der aperiodischen zu nähern. Die vortheilhafteste Empfindlichkeit zeigte sich, als die Schwingungsdauer meines Magnetes gegen  $1^m 20^s$  betrug; sodann war bei der Ablenkung das Stillstehen und der Anfang der retrograden Bewegung hinlänglich deutlich zu bemerken. Ich beobachtete stets nur diese erste Elongation.

Die Empfindlichkeit des Galvanometers, als die Schwingungszeit des Magnets  $1^m 20^s$  war, wurde durch folgendes Experiment bestimmt (Fig. 2).

*D* stellt ein Daniell'sches Element in Form einer sogenannten Gravitations - Batterie dar, wo die Lösungen

sich ei  
wichts.

B

giebt,  
stärke

oder u  
nomme  
solche  
theile  
renz d  
lage,  
ist. D  
richtu  
kehrer  
der au

1) Be

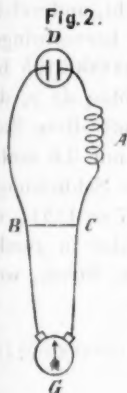
me

(de

ha

Pogg

sich einzig in Folge der Differenz ihres specifischen Gewichts, ohne Hülfe eines Diaphragmas, über einander halten. Der innere Widerstand dieses Elementes war nahezu 7 Siemens-Einheiten. *A* ist ein metallischer Widerstand von 4987 Siem.; *BC* eine Brücke, deren Widerstand = 0,1745 Siem. beträgt. Der Widerstand des Galvanometers  $g = 4077$  Siem.



In dem unverzweigten Schließungskreise *DBC* haben wir folglich einen Strom von 1 Daniell durch einen Widerstand von 4994 S. E. (den kleinen Bruchtheil weglassend). Von diesem Strome verzweigt sich nur  $\frac{0,1745}{4077}$  in das Galvanometer. Den Strom, welchen ein Daniell in einem Schließungskreise von 1 S. E. Widerstand

giebt, als Einheit annehmend, finden wir, daß die Stromstärke im Galvanometer

$$= i_0 = \frac{1}{4994} \cdot \frac{0,1745}{4077} = 0,000000008569$$

oder ungefähr  $8\frac{1}{2}$  Milliarden-Theile des als Einheit angenommenen Stromes war. Das Galvanometer gab bei einem solchen Strome eine Ablenkung von 208 Millimeter-Scalentheile oder 20,8 Cm., wobei unter Ablenkung die Differenz der Elongation nach beiden Seiten der Gleichgewichtslage, die der Magnet ohne Strom einnimmt, zu verstehen ist. Diese Elongationen erhalten wir, indem wir die Stromrichtung im Galvanometer mittelst eines Commutators umkehren. Die angeführten Zahlen geben einen Begriff von der außerordentlichen Empfindlichkeit des Instrumentes<sup>1)</sup>.

1) Bezeichnen wir durch  $B = \frac{i_0}{\delta_0}$  den sog. Coëfficienten des Galvanometers, d. i. das Verhältniß der Stromintensität zum entsprechenden (doppelten) Ausschlag in dem gewählten System von Einheiten, so haben wir für unser Instrument  $\log B = 10,6148$ .

Wir wollen jetzt ausrechnen, welchen Strom die elektromotorische Kraft  $e_a$  in dem Stromkreise giebt, der aus der Röhre selbst und dem Galvanometer besteht, und welche Ablenkung des Galvanometers dieser Strom hervorbringen wird. Die oben angegebene GröÙe  $e_a = 0,000005195$  bezieht sich auf eine Colonne von 1 Meter Höhe; da  $e_a$  der Höhe der Colonne proportional ist, so muß diese Zahl für die Röhre 1 mit 1,6, für die Röhre 2 mit 3,6 multiplicirt werden. Der Gesamtwiderstand des Schließungskreises wird im ersteren Falle  $774 + 4077 = 4851$ , im zweiten annähernd  $1500 + 4077 = 5577$ , oder in runder Zahl 5600 seyn. Deshalb wird der gesuchte Strom, welchen wir mit  $i_a$  bezeichnen werden,

$$\text{für die Röhre No. 1 } i_a = \frac{1,6 \cdot 0,000005195}{4851} = 0,000000001714$$

$$\text{für die Röhre No. 2 } i_a = \frac{3,6 \cdot 0,000005195}{5600} = 0,000000003276$$

seyn.

Die zu erwartenden Ausschläge  $\delta$  des Galvanometers berechnen sich aus der Proportion  $\frac{i_a}{i_g} = \frac{20,8}{\delta}$ , denn bei schwachen Strömen können die Ablenkungen als den Stromstärken proportional angesehen werden:

$$\text{Für No. 1 } \delta = 4,16 \text{ Cm.}$$

$$\text{Für No. 2 } \delta = 8,11 \text{ Cm.}$$

Wenn wir jedoch im Galvanometer die Differenz des niedersteigenden Stromes  $\frac{E + e_a}{R} = J + i_a$  und des aufsteigenden  $\frac{E - e_a}{R} = J - i_a$  beobachten, so ist diese Differenz  $2i_a$ . Folglich erhalten wir, wenn wir den GröÙen  $\delta_1$  und  $\delta_2$  die Bedeutung der Differenz der Ablenkungen bei diesen beiden Strömen geben:

$$\text{Für die Röhre No. 1 } \delta_1 = 8,32 \text{ Cm.}$$

$$\text{Für die Röhre No. 2 } \delta_2 = 16,22 \text{ Cm.}$$

Daraus ist zu ersehen, daß die theoretisch berechneten Ausschläge des Galvanometers der Beobachtung völlig zu-

gänglich  
Instrum

Die  
denen  
ein be  
nem R  
den ne  
wird a

Die  
vorruf  
welche  
heit de  
sation  
Obwoh  
und de  
Strom  
tigung  
theile k  
man n  
konnte.

im geg  
worden  
auch d  
einen  
und de  
tung d  
denselb  
steigen  
Ende d  
nomete  
beobac

Um  
ihn ger  
Verfahr  
1 El. I  
gehen,  
metall

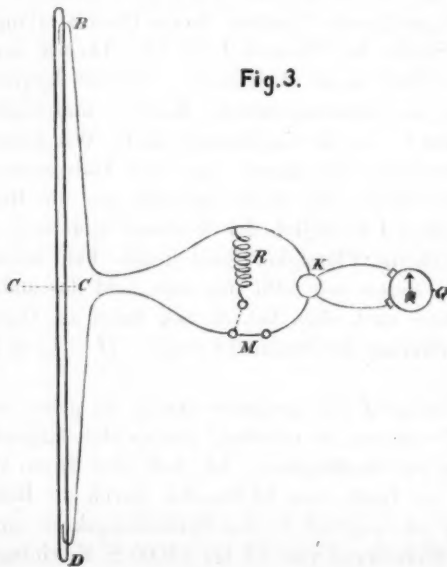
gänglich sind, und die Gränze der Empfindlichkeit des Instrumentes nicht übersteigen.

Die Experimente wurden von mir nach drei verschiedenen Methoden angestellt, von welchen nur die erste ein befriedigendes Resultat ergab, die zweite zu gar keinem Resultat führte, die dritte endlich zu einem entschiedenen negativen. Die wahrscheinliche Ursache des letzteren wird an geeigneter Stelle angeführt werden.

Die erste Methode bestand darin, daß ich zur Hervorrufung des Stromes  $i_a$  den schwachen Strom benutzte, welchen die Röhre in Folge der nicht vollständigen Gleichheit der silbernen Elektroden oder in Folge ihrer Polarisation stets giebt. Benennen wir diesen Strom mit  $J$ . Obwohl in Folge der sorgfältigen Reinigung des Silbers und der Entfernung der Gase aus der Flüssigkeit, dieser Strom sehr schwach war, war doch die gänzliche Beseitigung desselben weder möglich, noch nöthig. Im Gegentheil konnte aus demselben Nutzen gezogen werden, wenn man nur eine genügende Constanz dieses Stroms erlangen konnte. Die Stärke des Stromes  $J$  hat (der Theorie nach) im gegebenen Falle keine Bedeutung, oben ist bewiesen worden, daß die elektromotorische Kraft  $e_a$  und folglich auch der Strom  $i_a$  von ihr unabhängig sind. Wir können einen unverzweigten Stromkreis aus dem Galvanometer und der Röhre bilden und in der letzteren nur die Richtung des Stromes  $J$  bezüglich der Verticalen ändern, d. h. denselben durch die Flüssigkeit bald herab- bald heraufsteigen lassen, indem wir bald das eine bald das andere Ende der Röhre nach oben kehren und dabei am Galvanometer die Differenz der Ströme  $(J + i_a) - (J - i_a) = 2i_a$  beobachten.

Um dem Strom  $J$  eine geeignete Größe zu geben und ihn genügend constant zu erhalten, erwies sich folgendes Verfahren am zweckmäßigsten: ich ließ den Strom von 1 El. Daniell im Laufe von 12 Stunden durch die Röhre gehen, indem ich zugleich in den Schließungskreis einen metallischen Widerstand von 12 bis 13000 S. E. einfügte.

Dieser Strom polarisirte die Elektroden. Hierauf wurde die Batterie entfernt und der Stromkreis der Röhre durch einen Metallwiderstand, welcher dem des Galvanometers gleich war, geschlossen. Der dabei entstehende Depolarisationsstrom nahm anfänglich sehr rasch ab, später langsamer und nach Verlauf von höchstens 24 Stunden erreichte er eine, den Strom  $i_0$  nur vier oder fünf Mal übertreffende GröÙe; sein weiteres Abnehmen war im Laufe der Versuche kaum merkbar. Um nicht die Constanz des Stromes  $J$  zu stören, durfte derselbe nicht mehr, als auf einige Momente unterbrochen und der Widerstand des Stromkreises nicht verändert werden. Deshalb lieÙ ich den Strom, wenn er nicht durch das Galvanometer ging, durch einen der Multiplicatorrolle gleichen Widerstand durchgehen. Fig. 3 stellt schematisch die Anordnung meiner Apparate dar;  $BD$  ist die um die Axe  $C$  drehbare Röhre,  $R$  ein Metallwiderstand von 4077 S. E.;



$M$  ein Commutator, welcher den Strom der Röhre entweder nach  $R$  oder nach dem Galvanometer  $G$  richten kann,  $K$  ein gewöhnlicher, den Strom im Galvanometer umwendender Commutator (Pohl'scher Gyrotrop), um die Elongationen nach beiden Seiten der Gleichgewichtslage des Magnets beobachten zu können.

Folgende Tabellen enthalten die Resultate einiger der von mir angestellten Versuchsreihen. Aus den zahlreichen Reihen meiner Experimente führe ich nur diejenigen hier an, bei denen die Gleichgewichtslage der astatischen Magnete am wenigsten schwankte, wo also die Elongationen eine grössere Regelmässigkeit darbieten und das Resultat in möglichster Klarheit erscheint. Die erste und zweite Colonne enthalten die Ausschläge des Galvanometers bei beiden Stellungen des Commutators  $K$ ; die dritte Colonne deren Differenz, durch welche die Stromstärke gemessen wird;  $\ddagger$  bedeutet den in der Flüssigkeitssäule aufsteigenden,  $\S$  den niedersteigenden Strom.

Unter jeder Beobachtungsreihe ist die mittlere Differenz der Ablenkungen des aufsteigenden und des niedersteigenden Stromes angeführt, welcher, der Theorie nach, der Ablenkung gleich seyn soll, die von dem Strome  $2i$ , hervorgebracht wird, d. h. für die Röhre No. 1 = 8,32 Cm. und für die Röhre No. 2 = 16,22 Cm. Durch Anwendung eines passenden Interpolationsverfahrens, welches die Veränderung der Stromstärke  $J$  und der Gleichgewichtslage des astatischen Paares berücksichtigt, hätte man der Wahrheit näherstehende Zahlenwerthe erlangen können, als die unten angeführten arithmetischen Mittel. Wegen der grossen Differenz zwischen den theoretischen Zahlen und den Ergebnissen der Versuche, wie sie sogleich aus den Tabellen ersichtlich seyn wird, würde jedoch eine so complicirte Berechnungsmethode ziemlich nutzlos gewesen seyn.

Die Schwingungsdauer der Magnete des Galvanometers war  $1^m 20^s$  und die Empfindlichkeit die oben angegebene.

Für die Röhre No. 1 von 1<sup>m</sup> 60<sup>cm</sup> Höhe:

Tabelle I.

1)	†	27,6	73,8	46,2
2)	‡	30,2	72,1	41,9
3)	†	28,1	74,2	46,1
4)	‡	31,7	73,0	41,3
5)	†	27,6	73,4	45,8
6)	‡	29,7	72,3	42,6
7)	†	28,8	74,8	46,0

Differenz 4,1 Cm.

Tabelle II.

1)	‡	36,3	76,9	40,6
2)	†	32,3	78,5	46,2
3)	‡	35,6	77,1	41,5
4)	†	32,2	78,9	46,7
5)	‡	33,9	76,8	42,9
6)	†	30,9	76,8	49,9

Differenz 4,5 Cm.

Mittlere Differenz beider Reihen 4,3 Cm.

Für die Röhre No. 2 von 3<sup>m</sup> 60<sup>cm</sup> Höhe.

Tabelle III.

1)	‡	66,9	27,5	39,4
2)	†	75,0	23,9	51,1
3)	‡	66,4	26,3	40,1
4)	†	74,8	25,3	49,5
5)	‡	69,4	29,2	40,2
6)	†	78,5	28,7	49,8
7)	‡	73,7	30,8	42,9
8)	†	78,8	28,0	50,8
9)	‡	74,7	30,8	43,9
10)	†	79,7	31,4	48,3
11)	‡	77,7	33,4	44,3
12)	†	83,3	33,6	49,7
13)	‡	80,0	36,7	43,3
14)	†	85,1	35,8	49,3

Au  
Prävis  
stätigt  
1.  
in ein  
gender  
2.  
Theor  
ist für

15)	‡	80,2	37,7	42,5
16)	‡	85,0	37,3	47,7
17)	‡	81,8	39,3	42,5
18)	‡	87,1	39,4	47,7
19)	‡	83,1	40,3	42,8
20)	‡	87,5	40,4	47,1

Differenz 6,91 Cm.

Tabelle IV.

1)	‡	83,4	7,1	74,3
2)	‡	84,2	8,8	75,4
3)	‡	86,0	7,8	78,2
4)	‡	82,1	9,0	73,1
5)	‡	84,2	10,1	74,1
6)	‡	83,9	16,5	67,4
7)	‡	91,2	10,7	80,5
8)	‡	77,5	8,4	69,2
9)	‡	76,5	8,0	68,5
10)	‡	84,0	20,6	63,4
11)	‡	90,5	20,3	70,2
12)	‡	87,7	22,5	65,2
13)	‡	88,6	22,7	65,9
14)	‡	82,7	24,9	57,8
15)	‡	87,2	24,5	62,7
16)	‡	85,1	26,8	58,3
17)	‡	85,8	27,8	58,0
18)	‡	84,8	28,6	56,2

Differenz 5,16 Cm.

Aus den angeführten Zahlen ersieht man, daß die Prävisionen der Theorie im Folgenden vom Versuch bestätigt werden:

1. Es ergibt sich eine Differenz in der Stärke der in einer Colonne eines Elektrolyten auf- und niedersteigenden Ströme.

2. Das Vorzeichen dieser Differenz ist das von der Theorie angegebene, nämlich der niedersteigende Strom ist für salpetersaures Silber stärker als der aufsteigende.

3. Die beobachtete Differenz ist nicht größer als die theoretisch berechnete. Wäre sie größer, so könnte sie nicht ausschließlich von der von der Theorie vorhergesehenen Ursache herrühren und würde als Deutung anderer unbekannter Ursachen dienen.

Die Zahlen, welche die Experimente ergeben, sind aber zwei oder drei Mal kleiner als die theoretischen. Ein solcher bedeutender Unterschied kann nicht Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden und muß in den Versuchsbedingungen selbst gesucht werden. Ich muß leider verzichten, an dieser Stelle die wahrscheinlichen Ursachen dieser scheinbaren Anomalie ausführlich auseinander zu setzen und verweise auf meine Russische Original-Abhandlung <sup>1)</sup>, von welcher die gegenwärtige Schrift ein Auszug ist. Ich will nur kurz bemerken, daß der Grund der Erscheinung in der von Helmholtz <sup>2)</sup> bemerkten Thatsache liegt, daß für sehr schwache Polarisations- und Depolarisationsströme (zu welchen letzteren die Ströme meiner Röhren angehören) das Ohm'sche Gesetz seine Gültigkeit zu verlieren scheint. Eine große in den Schließungskreis eingefügte Drahtlänge schwächt die Stromstärke nur sehr wenig, was offenbar dieselbe Bedeutung hat, als wären die Flüssigkeit oder die Elektroden der Sitz eines sehr großen supplementären Widerstandes. Meine Röhren zeigten diese Eigenthümlichkeit in hohem Grade. Die oben angeführten Berechnungen der zu erwartenden Galvanometerausschläge sind aber ausgeführt, indem nur der *wirkliche* Widerstand des Schließungskreises berücksichtigt worden ist. Die Stromstärke und folglich die Galvanometerausschläge müssen geringer ausfallen, sobald außer dem wirklichen Widerstande noch ein zweiter fictiver in Betracht zu ziehen ist.

Aus dem Gesagten geht hervor, wie wünschenswerth bei dieser Untersuchung eine directere Methode gewesen

1) Journal der St. Petersburger chemischen und physikalischen Gesellschaften Bd. VII, S. 333, 1875.

2) Pogg. Ann. Bd. 150, S. 483.

wäre, deren Resultate von allen mehr oder weniger hypothetischen Voraussetzungen über den Durchgang schwacher Ströme durch Flüssigkeiten unabhängig wären. Als solche Methode stellt sich naturgemäß das Durchleiten eines äußeren constanten Stromes durch die Flüssigkeitscolonne dar, dessen Stärke so groß ist, daß sein Durchgang durch die Flüssigkeit keinem Zweifel unterliegt; mit anderen Worten: eines solchen Stromes, dessen elektromotorische Kraft größer ist, als die größte elektromotorische Kraft der Polarisation. Die nach dieser zweiten Methode gemachten Versuche führten jedoch, in Folge der Veränderlichkeit der elektromotorischen Kraft der Polarisation, zu gar keinem Resultat. Die Schwankungen der letzteren waren ununterbrochen und so bedeutend, daß im Vergleiche mit ihnen die Kraft  $e_a$  beinahe eine Größe höherer Ordnung war.

Für die Details der Versuche verweise ich auf meine schon erwähnte Russische Original-Abhandlung. Ich will hier nur kurz bemerken, daß der Kettenstrom von der erforderlichen Intensität nicht zugleich mit dem Strome  $i_a$  durch das Galvanometer gehen konnte, ohne bei der großen Empfindlichkeit des letzteren die Scale aus dem Gesichtsfelde des Fernrohrs herauszutreiben. Es mußte daher eine Vorrichtung ersonnen werden, um den Kettenstrom im Galvanometer zu compensiren, ohne die Wirkung des Stromes  $i_a$  wesentlich zu beeinträchtigen. Diefes konnte durch die Anwendung der Wheatstone'schen Drahtcombination erzielt werden, wobei das Galvanometer die Brücke, die Flüssigkeits-Colonne eine der vier Seiten des Wheatstone'schen Vierecks bildete. Die Unregelmäßigkeit der Polarisation hatte jedoch fortwährende Schwankungen der Nadel des Galvanometers zur Folge, welche alle Beobachtung dieses Instrumentes unmöglich machten.

Aus diesen Versuchen ergab es sich auch, daß ein Strom von weniger als 0,04 Daniell durch meine Röhre No. 1 nicht gehen konnte. Nur als die äußere elektromotorische Kraft diese Größe übertraf, fing der Strom zu

fließen an. Da die Zersetzung des Salzes an und für sich im Endresultate von keinem Arbeitsverbrauch begleitet ist und also nicht zur Entstehung einer elektromotorischen Kraft der Polarisation Anlaß geben kann, so kann die Polarisation nur davon herrühren, daß gleichzeitig mit dem Salze eine gewisse Quantität Wasser zersetzt wird. An sehr verdünnten Lösungen läßt sich dies übrigens unmittelbar beobachten.

Das Mißlingen der Versuche mit constanten Strömen, welches durch die Inconstanz der Polarisation in der Flüssigkeit verursacht wurde, veranlaßte mich, den Gebrauch der sogenannten alternirenden (viele Mal in der Secunde ihre Richtung wechselnden) Inductionsströme zu versuchen, welche dem Anscheine nach die Nachteile der erstgenannten Methode nicht darbieten. Aus der Theorie der Induction ist bekannt, daß die beiden Ströme, welche von dem Schließen und dem Oeffnen des Stromkreises einer inducirenden Rolle in der Nähe einer Inductionsrolle oder von einer beliebigen magneto-elektrischen Maschine entstehen, wenn nur das Potential des gesammten magnetischen Feldes auf die Drahtspule der Maschine bei jeder Umdrehung der letzteren periodisch dieselben Größen annimmt, gleiche, in entgegengesetzter Richtung in Bewegung gebrachte Elektrizitätsmengen darstellen; mit anderen Worten, daß die sogenannten Integralwerthe dieser beiden Ströme einander gleich sind. Der Strom  $i_1$  in der Flüssigkeitssäule hängt weder von der Richtung noch von der Stärke des ihn hervorrufenden Stromes ab; es wäre somit zu erwarten, daß, wenn man durch eine senkrechte Röhre alternirende Ströme durchläßt, welche auf das Galvanometer nicht einwirken, ein Strom  $i_2$  hervorgerufen wird, welcher in dem Galvanometer eine unveränderliche Richtung hat und dessen Magnete ablenken muß. Ein constanter Polarisationsstrom ist hingegen in Folge der Gleichheit der beiden entgegengesetzten Integralströme nicht zu erwarten. Wenngleich die von mir erhaltenen Resultate entschieden negativ wa-

ren, so  
belehrt  
etwas  
hatten  
Flüssig

Die  
verfolg  
ein Ga  
das Sc  
der Na  
die W

meter

0 der  
W  
viel U  
und 0'  
der A

seyn,

Unter  
zu ver  
cale R

$\delta = \frac{1}{B}$

wo da  
weite

Di  
tausen  
terbre  
schwe

ren, so scheinen sie mir jedoch in mancher Hinsicht sehr belehrend zu seyn, und ich halte es der Mühe werth, etwas bei denselben zu verweilen. Die Erscheinungen hatten den Anschein, als ob die alternirenden Ströme die Flüssigkeit gar nicht durchsetzten.

Die momentanen Inductionsströme sind für den zu verfolgenden Zweck ganz unbrauchbar. Lassen wir durch ein Galvanometer alternirende Ströme gehen, welche durch das Schließen und Oeffnen einer inducirenden Rolle in der Nähe einer Inductionsrolle erzeugt werden, so kann die Wirkung eines jeden dieser Ströme auf das Galvanometer dem Integrale  $\int_0^{\theta} i dt$  proportional gesetzt werden, wo  $\theta$  der Zeitmoment ist, wo der Strom unmerklich wird.

Wenn wir in 1<sup>te</sup>  $n$  Schließungsströme und eben so viel Unterbrechungsströme durchlassen (deren Dauer  $\theta$  und  $\theta'$  wir als verschieden voraussetzen können), so wird der Ausschlag des Galvanometers

$$\delta = \frac{1}{B} \left[ n \int_0^{\theta} i dt - n \int_0^{\theta'} i dt \right] = 0$$

seyn, denn  $\int_0^{\theta} i dt$  hängt, wie bekannt, nicht von  $\theta$  ab.

Unter  $B$  ist hier wie oben der Coëfficient des Apparates zu verstehen. Wenn aber der Strom  $i$  durch eine verticale Röhre geht und den Strom  $i_k$  hervorruft, dann ist

$$\delta = \frac{1}{B} \left[ n \int_0^{\theta} (i + i_k) dt - n \int_0^{\theta'} (i - i_k) dt \right] = \frac{1}{B} \cdot i_k \cdot n (\theta + \theta'),$$

wo das *erste* Integral sich auf den niedersteigenden, das *zweite* auf den aufsteigenden Strom bezieht.

Die Dauer der Inductionsströme wird mit Hunderttausendsteln einer Secunde gemessen; die Anzahl der Unterbrechungen des inducirenden Stromes ist in der Praxis schwer auf mehr als 80 bis 100 in einer Secunde zu

bringen. Deshalb wird die GröÙe  $n(\theta + \theta')$  nur einen kleinen Theil einer Secunde ausmachen und die GröÙe  $\delta$  wird so viel Mal kleiner seyn, als die Ablenkung, welche der Strom  $i_a$  geben würde, wenn er durch das Galvanometer ununterbrochen durchginge, wie viel Mal  $n(\theta + \theta')$  kleiner als  $1''$  ist.

Aus dem oben Gesagten erhellt, daß die momentanen Inductionsströme für den beabsichtigten Zweck vollständig ungeeignet sind. Außerdem kann, in Folge der verschiedenen Dauer der beiden Ströme, die Polarisation der Elektroden eine merkliche GröÙe erreichen.

Anders verhält es sich mit den Strömen der magneto-elektrischen Maschinen, z. B. der bekannten Maschine von Clarke. Hier ist der Inductionsstrom eine stetige periodische Function der Zeit<sup>1)</sup>. Solche Ströme rufen, indem sie durch die Röhre gehen, den Strom  $i_a$  hervor, der die Magnete des Galvanometers wie ein constanter Strom ablenkt. Die Polarisation der Elektroden complicirt zwar etwas die Erscheinung, ohne sie jedoch im Wesentlichen zu ändern. Wir haben gesehen, daß ein Strom, dessen elektromotorische Kraft kleiner als 0,04 Daniell ist, durch meine Röhre mit salpetersaurem Silber nicht durchgehen kann. Die elektromotorische Kraft des Inductionsstromes schwankt periodisch (nach der absoluten GröÙe) zwischen Null und einem gewissen Maximum. Deshalb geht der Strom durch die Röhre nur während derjenigen Zeitintervalle durch, während der seine elektromotorische Kraft größer als 0,04 Daniell ist.

Der Mittelwerth der elektromotorischen Kraft des durch die Röhre gehenden Inductionsstromes (abgesehen von dem Zeichen) betrug bei zwei Versuchsreihen 0,18 resp. 1,80 Daniell. Man sieht also, daß das Zeitintervall, während welchem der Strom (der Theorie nach) bei jeder Umdrehung der Maschine durch die Flüssigkeit *nicht* gehen

1) Selbstverständlich muß der übliche Commutator des Apparats, welcher die Ströme unterbricht und alle in derselben Richtung sendet, entfernt werden.

konnte  
hungs  
russis  
theore  
Clark  
und d  
Zeitint  
Appar  
tungen  
HH.  
essant  
Ström  
geföh  
die A  
Sinus  
haft.  
reihe  
die F  
welch  
den t  
behal  
facher  
zwei  
eigen  
wird  
rate  
Strom  
facher  
drat  
fidt  
ten e  
rame  
A  
trome  
0,18

1) P

konnte, nur ein geringer Bruchtheil der ganzen Umdrehungszeit seyn konnte. Ich muß hier abermals auf meine russische ausführlichere Abhandlung verweisen, wo einige theoretische Betrachtungen über die von mir gebrauchte Clarke'sche magneto-elektrische Maschine angeführt sind und die Methoden zur Berechnung des soeben erwähnten Zeitintervalls, so wie der elektromotorischen Kraft des Apparates auseinandergesetzt werden. Meine Betrachtungen sind eine Erweiterung der Betrachtungen der HH. Kohlrausch und Nippold<sup>1)</sup>, die in ihrer interessanten Abhandlung über die Anwendung alternirender Ströme auf Widerstandsmessungen von Flüssigkeiten angeführt sind. Für die Clarke'sche Maschine ist nämlich die Annahme, daß die elektromotorische Kraft als einfache Sinusfunction der Zeit dargestellt werden kann, unstatthaft. Es wird diese unbekannte Function in eine Sinusreihe zerlegt. Wegen einiger Symmetrieverhältnisse, welche die Function darbieten muß, fallen alle Glieder der Reihe, welche die Sinus gerader Bögen enthalten, fort. Von den übrigbleibenden Gliedern werden nur die beiden ersten behalten, welche die Sinus des einfachen und des dreifachen Bogens enthalten und es wird bewiesen, daß diese zwei Glieder genügen, um die Function in ihren Haupteigenschaften darzustellen. Zur Bestimmung der Parameter wird die Wirkung des Inductionsstromes auf zwei Apparate beobachtet, welche zwei verschiedene Functionen der Stromstärke messen, nämlich das Galvanometer — die einfache Stromstärke und das Elektrodynamometer — das Quadrat derselben. Aus den Zahlenwerthen der Integrale  $\int i dt$  und  $\int i^2 dt$ , durch welche die den beiden Apparaten ertheilten Impulse gemessen werden, lassen sich die Parameter der Function berechnen.

Auf diese Weise ergab es sich, als die mittlere elektromotorische Kraft des durch die Röhre gehenden Stromes 0,18 Daniell betrug, daß die Zeit, während welcher bei

1) Pogg. Ann. Bd. 138, S. 280.

jeder Umdrehung die wahre elektromotorische Kraft größer als 0,04 Daniell war, 0,92 von der Umdrehungszeit der Maschine ausmachte. Sind also die magneto-elektrische Maschine, die Röhre und das Galvanometer in einen unverzweigten Schließungskreis eingefügt, so wird der Strom, eine Ablenkung hervorbringen, welche 0,92 von der Ablenkung beträgt, die er als constanter, ununterbrochener Strom hervorgebracht hätte. Bei der elektromotorischen Kraft von 1,8 Daniell muß dieser Bruch selbstverständlich der Einheit noch näher stehen.

Diese einfache Form des Versuches bietet aber mehrere Nachtheile dar, welche ihre Anwendung unmöglich machen. Die alternirenden Impulse, welche die Ströme dem Galvanometer ertheilen, haben ein fortwährendes Zittern seiner Magnete zur Folge; außerdem erhalten die letzteren bei dem Oeffnen und Schließen des Stromes immer einen Stoß, welcher bei der großen Empfindlichkeit des Instrumentes höchst unangenehm ist.

Zur Vermeidung dieser Uebelstände mußte ich auch hier, wie bei den constanten Strömen, zu der Wheatstone'schen Drahtcombination greifen.

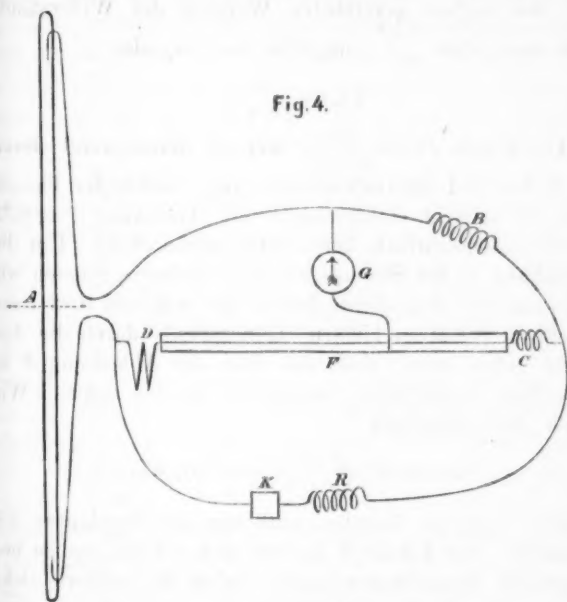
Fig. 4 stellt schematisch die Anordnung der Apparate dar. *A* ist die Röhre No. 1, *B* und *C* sind Drahtrollen, *D* ein zickzackförmiger Draht, *F* ein Rheochord, *G* das Galvanometer in der Brücke, deren eines Ende mit dem Schieber des Rheochordes verbunden ist, *K* die magneto-elektrische Maschine, *R* eine Rolle. Die Seiten *B* und *C* des Wheatstone'schen Vierecks bestehen aus Drahtspulen, die Seiten *A* und *D* jedoch aus geradlinigen oder zickzackförmigen Leitern, um dem störenden Einfluß der Extrastrome auf das Galvanometer einigermaßen vorzubeugen. Die Widerstände der verschiedenen Theile der Leitung, in Siemens-Einheiten, sind folgende:  $A = 774$ ,  $B = 7976$ ,  $C = 47,7$ ,  $D = 4,12$ ,  $G = 4077$ ,  $K + R = 493$ ; der Gesamtwiderstand des Rheochords 3,0. Daraus läßt sich die Stellung des Schiebers berechnen (oder empirisch aufsuchen), bei welcher das Galvanometer durch die Inductions-

ströme  
torisch

Sitz n  
dern i  
einen  
wirkt.  
ßer d  
der K  
sich d  
Strom  
und d  
genäh  
wir d  
mit *D*  
kleine

ströme unmittelbar nicht afficirt wird. Die eigene elektromotorische Kraft der Röhre, sowie die Kraft  $e$ , haben ihren

Fig. 4.



Sitz nicht außerhalb des Wheatstone'schen Vierecks, sondern in einer der Seiten desselben; sie müssen deshalb einen Strom erzeugen, welcher auf das Galvanometer einwirkt. Diese Wirkung wird um so stärker seyn, je größer der Widerstand  $B$  im Vergleich mit  $G$  ist. Mittels der Kirchhoff'schen Formeln über Stromverzweigung läßt sich der von der elektromotorischen Kraft  $2e$ , herrührende Strom im Galvanometer leicht als Function dieser Gröfse und der Widerstände der Leitung ausdrücken. Eine angenäherte Gröfse der Stromstärke  $2i_A$  erhalten wir, wenn wir den Widerstand  $K + R$  als unendlich im Vergleich mit  $D$  und  $C$  ansehen und  $D$  in der Summe  $A$  und  $D$  als kleine Gröfse vernachlässigen. Wir haben sodann

$$2i'_A = \frac{2e_A}{A + G + \frac{G}{B + C} \cdot A}.$$

Aus den soeben angeführten Werthen der Widerstände sieht man, daß  $\frac{G}{B + C}$  ungefähr  $= \frac{1}{2}$  ist, also

$$2i'_A = \frac{2e_A}{\frac{3}{2}A + G}.$$

Der Strom  $2i'_A = \frac{2e_A}{A + G}$ , welcher unverzweigt durch die Röhre und das Galvanometer ging, mußte der Theorie nach an meinem Galvanometer die Ablenkung  $\delta = 8,32$  Centimeter-Scalatheile hervorrufen (siehe oben). Um die Ablenkung  $\delta'$  des Stromes  $2i'_A$  zu berechnen, müssen wir uns erinnern, daß dieser Strom nur während 0,92 eines beliebigen (nicht zu kleinen) Zeitintervalls durch die Apparate gehen kann, daß also auch die Ablenkung  $\delta'$  in demselben Verhältnisse vermindert werden muß. Wir haben also schließ lich

$$\delta' = 0,92 \cdot \frac{A + G}{\frac{3}{2}A + G} \cdot \delta = 7,07 \text{ Cm.}$$

Die folgenden Tabellen enthalten die Ergebnisse der Versuche. Die Tabelle V bezieht sich auf die soeben beschriebene Versuchsanordnung, wobei die mittlere elektromotorische Kraft des Induktionsstromes in dem Zweige, wo sich die Röhre befand (abgesehen von dem Zeichen), den Werth von 0,18 Daniell hatte. Bei der Versuchsreihe Tab. VI war der Anker der Clarke'schen Maschine näher an den Stahlmagnet geschoben und auch die Anordnung der Widerstände eine etwas andere, so daß der durch die Röhre gehende Strom die mittlere elektromotorische Kraft 1,8 Daniell hatte. Die nicht ganz regelmäßige Drehung der Maschine übte einen störenden Einfluß auf das Galvanometer aus, welcher aus der Tabelle ersichtlich ist; nur die Versuche 8 bis 17 müssen als bei regelmäßigem Gang der Maschine gemacht betrachtet werden. Obgleich die Röhre vor Beginn dieser Versuche, etwa 1 Monat, mit metallisch verbundenen Elektroden gestanden

hatte,  
schwu  
kann,  
von il  
nach

hatte, war ihr eigener Strom dennoch nicht ganz verschwunden. Der Strom  $i_1$ , falls er zu Stande kommen kann, muß sich also diesem Strome bald addiren, bald von ihm subtrahiren, da seine Richtung stets von oben nach unten ist.

Tabelle V.

Die Maschine steht still:

1)	↓	43,05	56,30	13,25
2)	↓	42,50	56,52	14,02
3)	↓	42,60	56,40	13,80
4)	↓	42,48	56,40	13,92
5)	↓	42,38	56,02	13,64
6)	↓	41,78	56,20	14,42

Differenz + 0,54 Cm.

Die Maschine macht 10,8 Umdrehungen in 1'':

1)	↓	42,24	55,20	12,96
2)	↓	41,90	55,60	13,70
3)	↓	41,80	54,80	13,00
4)	↓	41,28	54,60	13,32
5)	↓	40,74	54,00	13,26
6)	↓	40,46	54,20	13,74

Differenz + 0,51 Cm.

Tabelle VI.

1)	↓	42,5	63,7	21,2
2)	↓	46,2	63,3	17,1
3)	↓	44,2	64,3	20,1
4)	↓	44,7	64,1	19,4
5)	↓	41,8	62,3	20,5
6)	↓	42,8	60,5	17,7
7)	↓	42,2	61,2	19,0
8)	↓	42,1	60,9	18,8
9)	↓	41,5	60,0	18,5
10)	↓	41,9	59,7	17,8
11)	↓	41,3	59,4	18,1

12)	†	41,3	59,7	18,4
13)	‡	41,8	60,0	18,2
14)	†	41,5	60,8	19,3
15)	‡	41,9	60,7	18,8
16)	†	42,2	61,3	19,1
17)	‡	42,4	61,5	19,1
18)	†	42,5	60,2	17,7.

Aus den Versuchen 8 bis 17 ergibt sich die Differenz zwischen † und ‡ = + 0,14 Cm. Aus der ganzen Versuchsreihe = 0,9 Cm.

Aus den angeführten Tabellen ersieht man, daß der Versuch uns ein entschieden negatives Resultat giebt. Ungeachtet einiger Schwankungen der Stromstärke und des Gleichgewichtspunktes der Megnetnadeln konnte doch eine Differenz von 7 Cm., wie sie uns die Theorie angiebt, unmöglich der Betrachtung entgangen seyn. Die Erscheinung geht also vor, wie wenn die Inductionsströme die Flüssigkeit gar nicht durchsetzten.

Was ist der Grund dieses scheinbaren Widerspruchs zwischen Theorie und Experiment? Mir scheint, daß die Erklärung davon in der Unhaltbarkeit der älteren allgemein verbreiteten Ansichten über den Durchgang von Strömen durch flüssige Leiter zu suchen ist, welche die Erscheinungen bei dem Uebergange der Elektrizität aus dem festen in den flüssigen Leiter ignoriren; die in Rede stehenden Thatsachen sprechen hingegen zu Gunsten der Theorie, welche Helmholtz<sup>1)</sup> in letzter Zeit vorgeschlagen hat und sind, wie mir scheint, vollkommen logische Konsequenzen dieser Anschauungsweise. Helmholtz sieht nämlich die Flüssigkeit mit den in dieselbe tauchenden Elektroden als einen Condensator von sehr großer Capacität an. Schwache Ströme, welche ohne Verletzung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft in der gegebenen Flüssigkeit keine Elektrolyse hervorbringen können, also auch durch die Flüssigkeit nicht zu fließen vermögen, bringen dennoch immer eine Polarisation der Elektroden

1) Pogg. Ann. Bd. 150, S. 483.

(eine  
Strö  
Unte  
Beleg  
hat  
risati  
sich

D  
jeden  
Quan  
Fällen  
von s  
differ  
die w  
größse  
strom  
polari  
Statt  
unges  
Beleg  
stehen  
findet  
motori  
Kohl  
ist, fin  
klärun  
raus c  
Wider  
digkeit  
stande  
dieses

1) In s  
Vor  
eine  
habe  
2) Po

(eine Ladung des Condensators) hervor. Bei starken Strömen ist der Vorgang wesentlich derselbe, mit dem Unterschiede, daß, sobald die Spannungsdifferenz der Belegungen des Condensators eine gewisse Gränze erreicht hat (Maximalwerth der elektromotorischen Kraft der Polarisation), alle neu hinzukommenden Elektricitätsmengen sich durch die Flüssigkeit vereinigen können.

Die durch  $\int idt$  dargestellte Elektricitätsmenge eines jeden einzelnen Inductionsstromes ist aber eine endliche Quantität und es ist wohl denkbar, *daß sie in gewissen Fällen* unzureichend seyn kann, um einen Condensator von so enormer Capacität bis zur erforderlichen Spannungsdifferenz zu laden, obgleich in jedem einzelnen Zeitmoment die wahre elektromotorische Kraft des Inductionsstromes größer als diese Spannungsdifferenz ist. Der Inductionsstrom wird also den Condensator laden (die Elektroden polarisiren), ohne die Flüssigkeit durchsetzen zu können. Statt eines geschlossenen Stromes werden wir es mit einem ungeschlossenen zu thun haben, dessen Enden mit den Belegungen eines sehr großen Condensators in Verbindung stehen. Da bei dem Vorgange keine Elektrolyse stattfindet, so ist kein Grund für die Existenz der elektromotorischen Kraft  $e_s$  vorhanden<sup>1)</sup>. In den Arbeiten von Kohlrausch<sup>2)</sup>, deren eine schon oben angeführt worden ist, finden sich einige Thatsachen, welche uns einige Aufklärung über diesen Gegenstand liefern können. Kohlrausch beobachtete nämlich, daß es keinen metallischen Widerstand giebt, welcher bei *jeder* Drehungsgeschwindigkeit seiner magnetoelektrischen Maschine dem Widerstande eines flüssigen Leiters gleich wäre. Zur Erklärung dieses scheinbar paradoxen Resultates nimmt er an, daß

1) In anderen Beziehungen, namentlich in elektrodynamischer, ist der Vorgang in der Flüssigkeit einem Strome aequivalent, wie ich es an einer anderen Stelle (Pogg. Ann. Bd. 155, S. 467) bewiesen zu haben glaube.

2) Pogg. Ann. Bd. 138, S. 280. Bd. 148, S. 143. Jubelband S. 290.

der Inductionsstrom in der Flüssigkeit eine Polarisation hervorrufe, deren Gröfse in jedem Augenblicke der Menge der auf den Elektroden angehäuften Gase oder der Quantität der durchgegangenen Elektricität  $\int i dt$  proportional sey. Die elektromotorische Kraft seiner magnetoelektrischen Maschine als einfache Sinusfunction der Zeit ansehend und die Einwirkung des Inductionsstromes auf seinen eigenen Schließungskreis berücksichtigend, stellt er folgende Differentialgleichung auf:

$$wi = \frac{K}{\tau} \sin \pi \frac{t}{\tau} - q \frac{di}{dt} - q \int i dt,$$

wo  $\tau$  die Umdrehungszeit der Maschine,  $w$  der Widerstand des Schließungskreises,  $K$ ,  $q$  und  $p$  Constanten sind.

Diese Gleichung in ihre Consequenzen verfolgend, beweist er, daß alle Eigenthümlichkeiten der Erscheinung durch dieselbe dargestellt werden können.

Es ist aber leicht einzusehen, daß die Theorie der ungeschlossenen Ströme uns zu der nämlichen Gleichung führt. Diese Theorie ist in neuester Zeit durch Hrn. N. Schiller<sup>1)</sup> im Laboratorium des Prof. Helmholtz einer experimentellen Prüfung unterworfen. Die Gleichung, welche die Bewegung der Elektricität in einem ungeschlossenen Leiter bestimmt, ist folgende<sup>2)</sup>, wobei zu berücksichtigen ist, daß in unserm Falle in dem Leiter eine thätige magnetoelektrische Maschine sich befindet, während Hr. Schiller die Vorgänge in seiner Rolle nach dem Aufhören aller äußeren Einwirkungen beobachtete.

$$wi + \frac{K}{\tau} \cdot \sin \pi \frac{t}{\tau} + q \frac{di}{dt} + \omega = 0,$$

wo  $\omega$  die Differenz der Potentiale der freien Elektricität an den beiden Enden des Leiters, resp. den beiden Belegungen eines Condensators, bedeutet.

Nach Hrn. Schiller's Gleichungen 2 und 2a (loc. cit. S. 536) wird aber die Gröfse  $\omega$  bestimmt aus der

1) Pogg. Ann. Bd. 152, S. 535.

2) Loco cit. S. 536.

Bedingung  $i = c \frac{d\omega}{dt}$ , wo  $c$  die Capacität des Condensators bedeutet.

Daraus folgt

$$\omega = \frac{1}{c} \int i dt.$$

Führt man diesen Ausdruck in obige Gleichung ein, so hat man

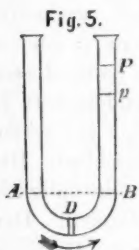
$$wi + \frac{K}{c} \sin \pi \frac{t}{\tau} + q \frac{di}{dr} + \frac{1}{c} \int i dt = 0.$$

Diese Gleichung ist mit Kohlrausch's Gleichung vollkommen identisch, wenn man Kohlrausch's Constante  $p = \frac{1}{c}$  setzt. Alle Erscheinungen, welche Kohlrausch der Anhäufung von Gas an den Elektroden zuschreibt, können also eben so gut dadurch erklärt werden, daß er es mit einem ungeschlossenen Strome zu thun hatte, dessen Enden mit den Belegungen eines grossen Condensators in Verbindung standen. Kohlrausch gebrauchte bei seinen Untersuchungen zwei magneto-elektrische Maschinen. Die eine hatte bei der grössten Umdrehungsgeschwindigkeit die mittlere elektromotorische Kraft von  $\frac{3}{4}$  Daniell. Der Strom derselben konnte also ohne Verletzung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft unmöglich durch das angesäuerte Wasser gehen, mit welchem er experimentirte. Bei der zweiten konnte die elektromotorische Kraft bis auf 4 Daniells gebracht werden. Doch waren die Erscheinungen bei beiden Maschinen wesentlich dieselben, was uns vermuthen läßt, daß auch der Strom dieser zweiten Maschine durch das Wasser nicht gehen konnte, sondern nur die Elektroden polarisirte. Bei meiner Röhre mit salpetersaurem Silber wird wohl ähnliches vorgegangen seyn, da die Elektroden auch polarisirbar waren, obgleich in weit geringerem Grade als Platin-Elektroden in angesäuertem Wasser.

Es giebt noch eine Kathegorie von Erscheinungen, wo der Strom bei seinem Durchgange durch Flüssigkeiten Arbeit verrichten kann; das ist die sogenannte elektrische

Endosmose. Diese Erscheinung wurde im Jahre 1809 von Hrn. Fr. Reufs <sup>1)</sup>, Prof. an der hiesigen Universität, entdeckt, und deren Gesetze auf experimentellem Wege von Wiedemann <sup>2)</sup> studirt. Wie bekannt, besteht hier die Grundthatsache darin, daß der Strom, indem er durch ein Gefäß mit Flüssigkeit geht, welches mittelst eines porösen Diaphragmas in zwei Hälften getheilt ist, die Flüssigkeit so zu sagen durch das Diaphragma hindurchtreibt und zwar in der Mehrzahl der Fälle vom positiven Pol zum negativen.

Stellen wir uns eine U-formige Röhre Fig. 5, mit Wasser gefüllt, vor; bei *D* ist ein Diaphragma angebracht.



Wenn der Strom in der Richtung des Pfeiles geht, so senkt sich der Wasserstand in dem Schenkel *A*, hebt sich hingegen in dem Schenkel *B*. Wenn der Niveauunterschied ein gewisses Maximum *BP* erreicht hat, welches von der Beschaffenheit der Flüssigkeit und des Diaphragmas abhängt und der Stromstärke proportional ist, so hört die Bewegung des Wassers auf. Wenn sich hingegen bei *p* eine Seitenöffnung befindet und wir durch Zugießen von Wasser in den linken Schenkel

den Wasserstand nicht unter *A* sinken lassen, so wird das Wasser bei *p* beständig herausfließen. Die Arbeit *q* des Stromes in der Zeiteinheit wird bei einer solchen Versuchsform dem Producte aus dem Volumen des ausgeflossenen Wassers und dem Drucke der Flüssigkeitssäule *Bp* gleich seyn. Bezeichnen wir mit *p* und *P* den Druck der Wassersäulen *Bp* und *BP* (in Gewichtseinheiten auf die Flächeneinheit ausgedrückt). Wenn der Ueberschuß des Druckes in dem rechten Schenkel der Röhre den Maximalwerth *P* erreicht, so können wir uns vorstellen, daß durch die Wirkung dieses Druckes einer-

1) Mémoires de la société des naturalistes de Moscou T. II, 1809, p. 327.

2) Pogg. Ann. Bd. 87, S. 321. Siehe auch Galv. I, S. 576.

seits und die des Stromes andererseits, gleiche Flüssigkeitsvolumina  $V$  in entgegengesetzter Richtung durch das Diaphragma durchgetrieben werden. Machen wir in  $B$  eine Oeffnung, so beseitigen wir den Druck  $P$ ; es wird dann durch diese Oeffnung innerhalb der Zeiteinheit das Wasservolum  $V$  herausfließen. Haben wir hingegen einen Drucküberschuß  $p$ , der kleiner als  $P$  ist, so wird in Folge seiner Wirkung ein Volumen  $v$  durch das Diaphragma durchströmen, das durch die Gleichung

$$\frac{v}{V} = \frac{p}{P} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

bestimmt wird; in Folge der Stromwirkung wird hingegen das frühere Volumen  $V$  durchgehen. Die GröÙe  $w = V - v$  wird also das Volumen des aus der Oeffnung bei  $p$  herausgeflossenen Wassers ausdrücken.

Die GröÙe der Arbeit  $q$  ist gleich  $p w = p(V - v)$ , oder wenn wir die Gleichung (5) benutzen:

$$q = \frac{V}{P} \cdot p(P - p) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Bei  $p = 0$  und  $P = p$  haben wir  $q = 0$ ; bei  $p = \frac{1}{2}P$  erreicht  $q$  seinen höchsten Werth. Indem wir auf diesen Fall die Gleichung (3) anwenden, welche die Beziehung zwischen Arbeit und elektromotorischer Kraft ausdrückt, erhalten wir

$$\frac{V}{P} \cdot p \cdot (P - p) = \frac{e(E - e)}{R} \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Befindet sich dagegen der Drucküberschuß in dem linken Schenkel, so werden  $q$ ,  $p$  und  $e$  ihr Zeichen wechseln; sodann wird

$$\frac{V}{P} \cdot p \cdot (P + p) = \frac{e(E + e)}{R} \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Also muß bei der elektrischen Endosmose, wenn nur der Druck von beiden Seiten des Diaphragmas ungleich ist, jedesmal eine elektromotorische Kraft  $e$  erscheinen, deren GröÙe und Zeichen durch die Gleichungen (7) und (8) bestimmt werden.

Obwohl, so viel mir bekannt, noch keine directen Experimente gemacht worden sind, um die Richtigkeit dieser Gleichungen experimentell zu prüfen, so wird doch die Existenz der elektromotorischen Kraft  $e$  durch eine andere Reihe von Erscheinungen bestätigt, deren enger Zusammenhang mit der elektrischen Endosmose sich aus dem Gesetz der Erhaltung der Kraft und den oben angeführten Beziehungen zwischen Arbeit und elektromotorischer Kraft, die aus demselben hervorgehen, herausstellt.

Die Arbeit bei der elektrischen Endosmose bietet einen äußerst wesentlichen Unterschied von der Arbeit bei der Elektrolyse von Salzen in verticalen Säulen, welche wir betrachtet haben, dar; diese Arbeit kann nämlich auch ohne Strom bewerkstelligt werden. Der Druck  $q$  und der Durchgang der Flüssigkeiten durch das Diaphragma, können durch mechanische Mittel hervorgebracht werden. Aus den angegebenen Gleichungen (7) und (8) ist ersichtlich, daß die Richtung des Stromes, den die elektromotorische Kraft  $e$  erzeugt, immer mit derjenigen Richtung zusammentrifft, in welcher das Wasser *in Folge des äußeren Druckes*  $p$  durch das Diaphragma zu fließen sich bestrebt, unabhängig davon, ob diese Richtung mit derjenigen zusammenfällt, in der sich die Flüssigkeit in Folge des Batteriestromes bewegt. Außerdem ist auch hier die GröÙe  $q$  unter sonst gleichen Bedingungen, der Stromstärke  $\frac{E - e}{R}$

direct proportional (siehe Wiedemann's Versuche) und deshalb ist hier  $e$ , ebenso wie in dem Falle der Elektrolyse, von der GröÙe  $E$  unabhängig. Wenn aber  $e$  sowohl von dem Zeichen als auch von dem Werthe von  $E$  unabhängig ist, so ist die Annahme, daß diese elektromotorische Kraft auch ohne  $E$ , bei der einzigen Bedingung, daß der Druck von beiden Seiten des Diaphragmas verschieden ist, bestehen könne, vollkommen natürlich. Die Gleichungen (7) und (8) verlieren ihren Sinn nicht, wenn wir  $E = 0$  machen, denn der Coefficient  $\frac{V}{P}$ , obgleich er

sich in  
stimmt  
nämlich  
tional  
an, da  
propo  
Be  
mas s  
von S  
zusam  
durch  
propo  
Diesel  
und v  
D  
diese  
sind,  
ihm  
sche  
Richt  
einer  
Richt  
suche  
Arbei  
Ersch  
der B  
deutu  
nen A  
D  
lung  
Strom  
Es öff  
Die  
1) P  
2) P

sich in  $\frac{O}{O}$  verwandelt, behält dennoch eine völlig bestimmte Bedeutung; nach Wiedemann's Versuchen sind nämlich  $V$  und  $P$  der elektromotorischen Kraft  $E$  proportional, deswegen ist  $\frac{V}{P}$  von  $E$  unabhängig. Nehmen wir an, daß  $E = 0$  ist, so haben wir  $\frac{V}{P} \cdot p^2 = \frac{e^2}{R}$  d. h.  $e$  wird proportional mit  $p$  seyn.

Bei ungleichem Druck zu beiden Seiten des Diaphragmas sieht also die Theorie die Möglichkeit der Existenz von Strömen voraus, deren Richtung mit der Richtung zusammenfällt, in der die Flüssigkeit durch das Diaphragma durchgetrieben wird und deren Stärke dem Drucküberschuß proportional ist. Solche Ströme existiren in der That. Dieselben wurden von Quincke im Jahre 1859 entdeckt<sup>1)</sup> und von ihm „Diaphragmen-Ströme“ benannt.

Die Experimente von Quincke haben erwiesen, daß diese Ströme den theoretischen Gesetzen unterworfen sind, die soeben aufgestellt worden. Eine gewisse von ihm untersuchte Sorte Alkohol<sup>2)</sup>, in der die elektrische Endosmose eine der gewöhnlichen entgegengesetzte Richtung hatte, ergab auch einen Diaphragmenstrom von einer der durchgetriebenen Flüssigkeit entgegengesetzten Richtung. Es wäre interessant genaue quantitative Versuche über die gegenseitigen Beziehungen zwischen der Arbeit  $q$  und der elektromotorischen Kraft  $e$  in diesen Erscheinungen anzustellen; diese Experimente müssen mit der Bestimmung der GröÙe  $\frac{V}{P}$  beginnen, welche die Bedeutung eines empirischen Coëfficienten für den gegebenen Apparat hat.

Die angeführten Beispiele der unmittelbaren Verwandlung von mechanischer Arbeit in Energie des galvanischen Stromes sind ohne Zweifel nicht die einzigen in der Natur. Es öffnet sich hier ein weites Feld für neue Untersuchungen. Die Analogie mit den schon erforschten Erscheinungen

1) Pogg. Ann. Bd. 107, S. 100. Wiedemann Galv. I, S. 946.

2) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 559.

nöthigt uns aber zu dem Schlusse, daß nicht jede Arbeit sich in die Energie des galvanischen Stromes verwandeln kann, sondern nur solche, welche der Strom selbst zu verrichten vermag.

Eine jede chemische Reaction stellt eine von den Molecularkräften verrichtete Arbeit dar; aber alle allgemein gebräuchlichen Reactionen, welche einen Strom zu erzeugen im Stande sind, sind derartig, daß sie selbst, so wie auch ihre Gegenreaction unter Einwirkung des Stromes vor sich gehen können.

Gegenwärtig zweifelt schwerlich Jemand daran, daß der galvanische Strom, so wie die Wärme, nur zwei verschiedene Formen von kinetischer Energie sind. Als Quelle des Stromes dient immer die Verwandlung einer mechanischen Arbeit in lebendige Kraft <sup>1)</sup>.

Eine Theorie, die alle diese Erscheinungen umfassen soll, muß sich zur Aufgabe stellen, diesen zu allgemeinen Vorstellungen eine mehr concrete Form zu geben. Als natürlicher Ausgangspunkt müssen die einfacheren Erscheinungen dienen. Bei der galvanischen Induction stoßen wir auf die dunkle und stets controvertirte Frage der Wechselwirkung auf endlichen Entfernungen. In Fällen von chemischer Wechselwirkung ist uns nur die Integralgröße der Arbeit in Form der thermochemischen Aequivalente der vor sich gehenden Reactionen gegeben; unbekannt sind uns hingegen die einzelnen die Größe der Arbeit bedingenden Factoren, d. h. die Größe der Kraft und das Gesetz ihrer Aenderung mit der Zeit sowie die Verschiebungen der Molecüle. In dem oben untersuchten Falle der Elektrolyse in einer verticalen Colonne einer Salzlösung, so wie bei der elektrischen Endosmose, ist uns außer der Integralgröße der Arbeit auch noch die Größe der Kraft bekannt, welche hier entweder constant ist, oder einem uns bekannten Gesetz folgt; deßhalb sind diese Fälle einfacher, als die vorhergehenden.

1) Eine einzige Ausnahme scheinen die thermoelektrischen Ströme zu bilden, wo offenbar kinetische Energie sich in kinetische verwandelt.

Wo  
Arbeit  
Theori  
erreich  
Phys

Die  
die Fo  
Berline  
elektris  
Gelege  
genann  
angefül  
Constr

Die  
die Ste  
eunden  
nen GL  
Einrich  
seinen  
mit H  
so jed  
der St  
Fig. 1  
Mechan  
hält.

Wenn es mir gelungen ist, durch die vorliegende Arbeit einen neuen factischen Stützpunkt für künftige Theorien darzubieten, so sehe ich mein Ziel als vollkommen erreicht an.

Physikalisches Universitäts-Laboratorium,  
Moskau, October 1875.

### III. *Versuche über elektrische Uhren;* *von Dr. Joseph Brunn,*

Rector der höheren Lehranstalt in Opladen.

Die im Nachfolgenden beschriebenen Versuche bilden die Fortsetzung von Experimenten, welche ich auf der Berliner Sternwarte an einem von Tiede angefertigten elektrischen Pendel theils zu machen, theils zu beobachten Gelegenheit hatte. Es ist deshalb geboten, zunächst das genannte Pendel kurz zu beschreiben, zumal das in §. 2 angeführte elektrische Pendel in wesentlichen Theilen seiner Construction sich an das Tiede'sche anschließt.

#### §. 1. Elektrisches Pendel von Tiede.

Dieses Pendel wurde im Jahre 1864 von Tiede für die Sternwarte zu Berlin angefertigt. Dasselbe, ein Sekundenpendel, schwingt in einem hermetisch verschlossenen Glascylinder unter constantem Luftdruck, durch welche Einrichtung der Einfluß der Barometerschwankungen auf seinen Gang aufgehoben werden soll. Das Pendel wird mit Hilfe des elektrischen Stromes in Bewegung gehalten, so jedoch, daß (theoretisch wenigstens) die Variationen der Stromstärke keinen Einfluß auf seinen Gang haben. Fig. 1, Taf. V giebt eine *schematische* Abbildung des Mechanismus, welcher das Pendel in Schwingung erhält.

Auf einer starken messingenen Platine  $MN$  sind zwei Elektromagnete,  $E$  und  $E'$ , befestigt. Die Anker derselben,  $A$  und  $A'$ , sind durch einen messingenen Hebel  $TT'$  mit einander verbunden. Dieser Hebel ist drehbar um eine Axe  $F$ , welche senkrecht zur Ebene der Figur steht. Die Bewegung des Ankerträgers  $TT'$  ist beiderseits begränzt durch die Schrauben  $C$  und  $C'$ . Bei  $I$  und  $I'$  sind zwei kleine Lamellen von Messingblech,  $L$  und  $L'$ , isolirt von der Platine befestigt. Diese Lamellen sind bei  $I$  und  $I'$  sehr leicht drehbar gemacht dadurch, daß zwei kleine Stückchen vom feinsten Pendelstahl an  $I$  und  $L$  resp.  $I'$  und  $L'$  angeklemt sind. Diese feinen Stahlblättchen, deren Federkraft verschwindend klein ist, bilden die leitende Verbindung zwischen  $L$  und  $I$  resp.  $L'$  und  $I'$ . Die beiden Lamellen  $L$  und  $L'$  liegen in der Figur auf zwei Schrauben  $S$  und  $S'$ , deren Spitzen jedoch durch eingesetzte Rubinsteinen von den Lamellen isolirt sind. Die Muttern dieser Schrauben sind durch Messingarme  $V$  und  $V'$  fest mit dem Hebel  $TT'$  verbunden. Das Pendel  $GP$  (an Federn aufgehängt) hat seinen Drehungspunkt bei  $G$ . Mit dem oberen Ende der Pendelstange ist fest verbunden ein messingener Arm, welcher an seinen Enden die Schrauben  $B$  und  $B'$  trägt. Dieselben sind an ihren Spitzen mit Contacten versehen und legen sich mit diesen gegen die an der Berührungsstelle ebenfalls mit Contacten versehenen Lamellen  $L$  und  $L'$ . Die Contacte sind, der größeren Dauerhaftigkeit wegen, aus den diamantharten Körnern von Osmium-Iridium geschliffen. Die Verbindung der einzelnen Theile des Apparates untereinander und mit den Polen  $K$  und  $Z$  der Batterie durch Leitungsdrähte ist aus der Figur ersichtlich.

Das Pendel wird nun mit Hülfe des elektrischen Stromes in folgender Weise in Bewegung erhalten. Ist dasselbe aus seiner Ruhelage nach links abgewichen, so legt sich die Schraube  $B$  mit ihrem Contacte gegen die Lamelle  $L$ , und der Strom circulirt in folgender Weise. Von dem Kupferpole  $K$  der Batterie geht er bei  $H$  an die Pla-

tine  $M$   
leitend  
 $L$  und  
einen  
und  $Z$   
wird  
und  $d$   
bei  $T$   
Schrau  
Schrau  
die  $S$   
gehob  
rechts  
gangs  
binsi  
gende  
liegen  
unter  
von  $E$   
den  $E$   
und  $b$   
daß  
Es se  
Schra  
ihr  $d$   
wiede  
Mitte  
von  $S$   
wird  
dieser  
wiede  
W  
dels  
dene  
auf  $d$   
ruht  
gehob

tine  $MN$ , und, da das Pendel bei  $G$  mit der letzteren in leitender Verbindung steht, so geht er über  $G$  und  $B$  nach  $L$  und  $I$ , von  $I$ , welches von der Platine isolirt ist, durch einen angesetzten Leitungsdraht um den Elektromagnet  $E'$  und zum Zinkpole  $Z$  der Batterie. Der Elektromagnet  $E'$  wird hierdurch veranlaßt, seinen Anker  $A'$  anzuziehen, und der bei  $F$  drehbare Hebel  $TT'$  legt sich so; daß er bei  $T'$  die Schraube  $C'$  berührt und bei  $T$  sich von der Schraube  $C$  entfernt. *Es muß also auch die an  $TT'$  befestigte Schraube  $S$  sich senken*, während aus demselben Grunde die Schraube  $S'$  und mit ihr die aufliegende Lamelle  $L'$  gehoben wird. Schwingt nun das Pendel von links nach rechts und kommt in der Nähe der Mitte seines Schwingungsbogens an, so legt sich die Lamelle  $L$  auf die Rubinspitze der Schraube  $S$ , und da sie bei weiter schwingendem Pendel nicht mehr auf der Spitze der Schraube  $B$  liegen bleiben kann, so wird der Contact zwischen  $B$  und  $L$  unterbrochen. In diesem Augenblicke berührt die Spitze von  $B'$  die Lamelle  $L'$  und der Strom circulirt jetzt um den Elektromagnet  $E$ . Derselbe zieht seinen Anker  $A$  an und bringt dadurch den Hebel  $TT'$  in eine solche Lage, daß  $T$  sich gegen  $C$  legt und  $T'$  sich von  $C'$  entfernt. Es senkt sich somit auch die mit  $TT'$  fest verbundene Schraube  $S'$  (während sich die Schraube  $S$  hebt und mit ihr die aufliegende Lamelle  $L$ ). Schwingt das Pendel wieder von rechts nach links, so kommt in der Nähe der Mittellage die Lamelle  $L'$  wieder mit der Rubinspitze von  $S'$  in Verbindung, und der Contact zwischen  $B'$  und  $L'$  wird bei weiterschwingendem Pendel unterbrochen. In diesem Augenblicke wird der Contact zwischen  $B$  und  $L$  wiederhergestellt, und das Spiel beginnt von Neuem.

Wodurch wird nun die verlorene Bewegung des Pendels ersetzt? Geht die mit der Pendelstange fest verbundene Schraube  $B$  hinauf, so trifft sie die Lamelle  $L$ , welche auf der Schraube  $S$  in deren höchster Stellung liegt. Es ruht nämlich dann  $T$  gegen  $C$ , und  $S$  hat die Lamelle  $L$  gehoben. Geht die Schraube  $B$  darauf hinunter, so hat

unterdessen der Elektromagnet  $E'$  den Hebel  $TT'$  umgelegt, und es liegt die mit  $TT'$  fest verbundene Schraube  $S$  in ihrer tiefsten Stellung. Es wird nun die Berührung der Lamelle  $L$  und der Schraube  $B$  nicht eher aufgehoben, als bis erstere die Schraube  $S$ , d. h. ihre eigene tiefste Stellung erreicht. Sie liegt also beim Hinuntergange von  $B$  ein wenig länger auf dieser Schraube als beim Hinaufgange. Durch das Gewicht der Lamelle wird folglich der Schraube  $B$  bei ihrem Hinuntergange ein kleiner Druck ertheilt. In derselben Weise wirkt  $L'$  auf  $B'$ . Durch diesen geringen Druck, den die vielleicht  $\frac{1}{2}$  Grm. schweren Lamellen  $L$  und  $L'$  auf  $B$  und  $B'$  ausüben, wird das schwere Pendel in Bewegung gehalten. Die Differenz zwischen der höchsten und tiefsten Stellung von  $S$  und  $S'$  beträgt dabei nicht  $\frac{1}{2}$  Millimeter.

Bei der Bewegung des Hebels  $TT'$  wirkt keine Feder mit. Das Abreißen des Ankers von seinen Elektromagneten wird vielmehr durch den zweiten Elektromagnet bewirkt. Aus diesem Grunde bedarf der Apparat, wenn er einmal regulirt ist, keiner weiteren Regulirung bei wechselnder Stromstärke. Da ferner weder der Strom selbst noch der von ihm erregte und mit ihm wechselnde Magnetismus die treibende Kraft ist, sondern vielmehr die auf die beiden Lamellen  $L$  und  $L'$  wirkende Gravitation, so ist der Gang des Pendels von der Stromstärke unabhängig. Das Pendel ist ferner compensirt und also von der Temperatur nicht beeinflusst. Auch schwingt dasselbe in einem hermetisch verschlossenen Raume unter constantem Luftdruck, und es kann dieser Druck durch eine Luftpumpe auf einen beliebigen Grad gebracht werden. Es sind also möglichst alle Einflüsse beseitigt, welche auf den Gang des Pendels störend einwirken könnten. Es war somit alle Aussicht vorhanden, ein Pendel von constanten Schwingungszeit zu erhalten.

Diese Aussichten haben sich jedoch nur zum Theil verwirklicht. Die darauf bezüglichen Untersuchungen sind von Hrn. Director Prof. Förster in den Astronomischen Nachrichten und in den Berichten der Berliner Sternwarte

mitget  
was s  
zieht  
Zu  
der S  
Schwi  
liegt  
ist zw  
(oder  
melle  
faer v  
wenn  
gegen  
nehm  
dann  
Lager  
hängi  
starke  
Elekt  
und  
tige i  
Pend  
E  
oben  
hand  
dels  
Schra  
Elekt  
circul  
Hebe  
trom  
dern  
beide  
Schra  
bilden  
schlie  
eintro

mitgetheilt. An dieser Stelle soll nur das angeführt werden, was sich auf den elektrischen Theil des Apparates bezieht.

Zunächst ist das Pendel nicht ganz unabhängig von der Stromstärke, indem bei wachsender Stromstärke der Schwingungsbogen ein wenig zunimmt. Wahrscheinlich liegt der Grund in Folgendem: Je größer die Differenz ist zwischen der höchsten und tiefsten Lage der Schraube  $S$  (oder  $S'$ ), desto länger währt der Druck, den die Lamelle  $L$  (oder  $L'$ ) auf das Pendel ausübt, und desto größer wird also der Schwingungsbogen. Nun aber wird, wenn beispielsweise  $E$  seinen Anker  $A$  anzieht und  $T$  gegen  $C$  sich legt, eine mit wachsender Stromstärke zunehmende *Durchbiegung* des Hebels  $TT'$  eintreten, wodurch dann zugleich eine größere Differenz zwischen den beiden Lagen von  $S$  (oder  $S'$ ) bedingt ist. Es würde diese Abhängigkeit wegfallen, wenn die Schrauben  $C$  und  $C'$ , an starken Armen befestigt, zwischen den Schenkeln der Elektromagnete  $E$  und  $E'$  direct den Druck der Anker  $A$  und  $A'$  empfangen. Daß der angegebene Grund der richtige ist, haben Versuche an meinem unten beschriebenen Pendel mehr als wahrscheinlich gemacht.

Ein anderer Mangel liegt in dem Umstande, daß, wie oben bemerkt, keine Feder zum Abreißen der Anker vorhanden ist. Es giebt nämlich in der Mittellage des Pendels einen Augenblick, wo, je nach der Stellung der Schrauben  $B$  und  $B'$ , der Strom entweder durch beide Elektromagnete gleichzeitig oder durch keinen derselben circulirt. In diesem Augenblicke ist die Stellung des Hebels  $TT'$ , da er entweder von keinem oder beiden Elektromagneten gleichzeitig angezogen wird, keine feste, sondern eine labile; er wird nicht mehr fest gegen eine der beiden Schrauben  $C$  oder  $C'$  gedrückt. Da nun diese Schrauben die Contacts für die elektrischen Zifferblätter bilden so wird wegen Mangels einer genügenden Stromschließung eine Störung in diesen Zifferblättern leicht eintreten können. Diesen Mangel hat Prof. Förster ge-

hoben durch zwei permanente Magnete, welche unter den Ankern *A* und *A'* angebracht sind. Vielleicht wäre derselbe Zweck erreicht worden dadurch, daß man die Anker selbst von hartem Stahl genommen und magnetisirt hätte.

Eine weit wesentlichere Störung wurde, wenigstens so lange ich Gelegenheit hatte, das Pendel persönlich zu beobachten, durch die Oxydation der vier elektrischen Contacte an *B*, *B'*, *C* und *C'* hervorgerufen. Durch den in den Spiralen der Elektromagnete erzeugten Extrastrom wird nämlich bewirkt, daß bei der Oeffnung der Contacte an der Unterbrechungsstelle ein intensiver Funke überspringt, dessen zerstörender Wirkung bis jetzt kein Metall widerstehen konnte. Die zur Paralysisirung dieser Verbrennung ersonnenen Mittel mögen hier etwas eingehen der besprochen werden.

#### §. 2. Mittel gegen die Verbrennung der Contacte.

An einer Pendeluhr, welche der bekannte Verfertiger astronomischer Uhren, Tiede in Berlin, an seinem Hause aufgehängt hatte, war zum Betriebe eines elektrischen Zifferblattes ein Quecksilbercontact angebracht, von der Form, in der er zuerst von Krille in Altona construiert wurde. Da bekanntlich das Quecksilber sehr leicht oxydirt wird, so wäre es eine Unmöglichkeit gewesen, mit Hülfe desselben ein Secunden zeigendes elektrisches Zifferblatt auf längere Zeit in geordneter Bewegung zu erhalten, wenn nicht eine besondere Vorrichtung zum Schutze des Contactes angebracht worden wäre. Tiede verfiel auf den Gedanken, mit den Contactenden die Pole eines Condensators in Verbindung zu setzen. Dieser Condensator ist von der Form, wie er jetzt allgemein an größeren Inductionsapparaten gebräuchlich ist. Es sollten dadurch die an der Unterbrechungsstelle sich anhäufenden Elektricitäten veranlaßt werden, sich in den Platten des Condensators wechselseitig zu binden. Wurde außerdem noch ein ganz schwacher Strom benutzt, so war Aussicht vorhanden, den Funken vollständig verschwinden zu sehen.

Die  
In den  
diesen  
war ei  
einem  
wurde  
ein ele  
ich Ge  
ferblatt  
lang, c  
Contact  
Es  
spiel,  
dig vo  
§. 1 b  
bracht.  
meine  
lang d  
einer e  
Krille  
Condens  
elektris  
bei jede  
zwar a  
jedoch  
gen der  
Natürl  
Contact  
Um  
zu geb  
Veranla  
nämlich  
rale S  
die Pl  
schwach  
Der St  
röhre“  
Fogger

Diese Anordnung war in der That von Erfolg gekrönt. In den Strom eines Zink-Kupfer-Elementes, welcher durch diesen Quecksilbercontact jede Secunde geschlossen wurde, war ein Relais eingeschaltet, dessen Contact ebenfalls mit einem Condensator versehen war. Durch dieses Relais wurde ein zweiter Strom geschlossen, in dessen Kreis sich ein elektrisches Zifferblatt befand. Beinahe täglich hatte ich Gelegenheit die Vorrichtung zu beobachten. Das Zifferblatt ging, ehe es abgenommen wurde, ein ganzes Jahr lang, ohne einen Fehler zu machen. Das Quecksilber des Contactes blieb immer glänzend rein.

Es ist übrigens dieses das einzige mir bekannte Beispiel, daß ein Condensator elektrische Contacte *vollständig* vor Verbrennung bewahrt hat. Auch bei dem in §. 1 beschriebenen Pendel waren Condensatoren angebracht. Dieselben haben jedoch — wenigstens so weit meine persönliche Beobachtung reicht — nur eine Zeit lang die Contacte rein zu erhalten vermocht. Auch bei einer elektrischen Uhr auf der Sternwarte zu Münster mit Krille'schem Contacte wurde das Quecksilber trotz des Condensators von Zeit zu Zeit oxydirt gefunden. Der elektrische Funke, welcher bei mangelndem Condensator bei jeder Unterbrechung des Stromes auftritt, verschwindet zwar augenblicklich, sobald ein solcher angebracht wird, jedoch tritt von Zeit zu Zeit, vielleicht durch Restladungen des Condensators veranlaßt, ein solcher Funke auf. Natürlich wird dadurch allmählich eine Oxydation des Contactes bewirkt.

Um den Electricitäten des Extrastromes Gelegenheit zu geben, sich direct auszugleichen, wurde auf meine Veranlassung ein anderes Mittel versucht. Es wurden nämlich (Fig. 2, Taf. V) mit den beiden von der Spirale *S* des Elektromagnets kommenden Leitungsdrähten die Platindrähte *P* und *P'* verbunden, welche in eine mit schwach angesäuertem Wasser gefüllte Röhre *W* tauchten. Der Strom theilt sich dann zwischen dieser „Wasser-röhre“ *W* und der elektrischen Spirale *S*. Da jedoch der

Widerstand dieser Röhre gegen den der Spirale sehr groß ist, so wird der durch die Spirale gehende Strom nur wenig geschwächt. Beim Erlöschen des Stromes in der Leitung können die entgegengesetzten Elektricitäten des Extrastromes, welcher in der Spirale *S* entsteht, sich durch die Wasserröhre *W* auf dem Wege *PP'* ausgleichen.

Beim Einschalten einer solchen Wasserröhre verschwindet der Funke an der Contactstelle ebenfalls augenblicklich, aber auch bei dieser Vorrichtung bleibt der Contact auf die Dauer nicht rein. Wahrscheinlich machen die an den Platindrähten auftretenden dünnen Schichten von Wasserstoff und Sauerstoff den Widerstand so groß, daß ein Durchgehen des Extrastromes unmöglich ist, oder vielmehr, daß er den kurzen „Luftsprung“ an der Contactstelle in Form eines Funkens vorzieht.

Ich versuchte darauf die Wasserröhre durch einen Widerstand anderer Art zu ersetzen. Ein langer und dünner, mit Seide besponnener Draht wurde in der Mitte zusammengebogen, und die beiden parallelen Hälften wurden dann nebeneinander auf eine Spule gewickelt. Ging durch diese „doppeltgewickelte“ Spule dann ein Strom, so durchlief er je zwei nebeneinander liegende Windungen in entgegengesetzter Richtung, und die in derselben entstehenden Extraströme mußten sich gegenseitig aufheben. Wurde diese Spirale an Stelle der Wasserröhre eingeschaltet, so war der Erfolg genau derselbe. Der Funke verschwand, aber der Contact blieb nur eine Zeit lang rein.

Später habe ich an einem kleinen Inductionsapparate, welcher keinen Condensator hatte, den Versuch gemacht, den letzteren durch eine *einfache* Leitung von großem Widerstande zu ersetzen. Dieselbe sollte mit den beiden Enden der primären Spirale verbunden werden. Ich nahm dazu einen Bleistift, dessen Graphitprisma diesen Widerstand bieten sollte. Da aber gleich die ersten vorläufigen Versuche ein ungünstiges Resultat gaben, so wurden die-

selben  
elektris  
beschr  
Mittel  
mes in  
einen  
genden  
schnitt

Der  
es sey  
daß m  
bedenk  
Name  
weiter  
welche  
gen m

Die  
veranla  
des Ja  
bis auf  
teln zu  
Nachd  
Ausfüh  
struirt.  
Mänge  
denselb  
im Fol

An  
Messin  
Federn  
in 4 Se  
Federn  
selbe  
Messin  
sten P

selben nicht weiter fortgesetzt. Als ich mir später ein elektrisches Pendel construirte, welches im folgenden §. beschrieben werden soll, wurde an demselben ein neues Mittel gegen die zerstörenden Wirkungen des Extrastromes in Anwendung gebracht. Dasselbe hatte anfangs einen fast vollständigen, später einen ganz durchschlagenden Erfolg. Das Nähere darüber im folgenden Abschnitt.

### §. 3. Elektrisches Normalpendel.

Der Name „Normalpendel“ soll nicht etwa andeuten, es sey das hier zu beschreibende Pendel so gut gelungen, daß man es zum Zwecke genauester Zeitbestimmung unbedenklich verwerthen könnte. Es soll vielmehr dieser Name gebraucht werden, um es zu unterscheiden von den weiter unten zu beschreibenden „secundären“ Pendeln, welche mit diesem „Normalpendel“ übereinstimmend schwingen müssen.

Die Oxydation der Contacte beim Tiede'schen Pendel veranlaßte mich, an einem Pendel, welches ich im Sommer des Jahres 1873 construiren wollte, die Zahl der Contacte bis auf einen einzigen zu verringern und dann nach Mitteln zu suchen, diesen einzigen Contact rein zu erhalten. Nachdem ich mich durch ein Versuchsmodell von der Ausführbarkeit überzeugt hatte, wurde der Apparat construiert. Derselbe wurde zwar später wegen wesentlicher Mängel wieder umgebaut. Nichts desto weniger habe ich denselben wegen der Uebersichtlichkeit der einzelnen Theile im Folgenden beschrieben.

An einem starken, in das Grundbrett eingelassenen Messingprisma *H* (Fig. 3, Taf. V) ist an zwei stählernen Federn das Pendel *P* aufgehängt, welches jede Schwingung in  $\frac{1}{4}$  Secunde macht. Durch den Zwischenraum der beiden Federn geht frei hindurch die leichte Lamelle *L*. Dieselbe ist an das auf dem Grundbrette festgeschraubte Messingstück *T* durch ein eingeklemmtes Stückchen feinsten Pendelstahls befestigt, so daß sie einerseits mit *T*

leitend verbunden, andererseits leicht bei *J* drehbar ist. Die Pendelstange trägt bei *B* einen horizontalen Arm *BD*, durch dessen Ende eine Schraube *S* geht. Diese trägt an ihrem obern Ende eine Platinspitze und legt sich bei *M* gegen ein aufgelöthetes Platinstückchen der Lamelle *L*. Ein dreimal rechtwinklich gebogener Hebel *URVWX* ist bei *R* um eine zur Ebene der Zeichnung senkrechte Axe drehbar. Derselbe trägt den Anker *A* des Elektromagnets *E*, ist bei *V* mit einer durch die Schraube *G* regulirbaren Abreißfeder *F* versehen und wird bei *X* von der Schraube *O* durchbohrt. Die Bewegung des Hebels ist bei *U* durch die beiden Schrauben *C* und *C'* begrenzt.

Das Pendel wird in gleicher Weise wie das in §. 1 beschriebene Tiede'sche in Bewegung erhalten. Bewegt sich das Pendel nach der rechten Seite, so legt sich die Schraube *S* gegen den Contact *M* der Lamelle *L*, und der Strom circulirt in folgender Weise. Von dem Kupferpole *K* der Batterie geht er über *H* durch die Aufhängungsfedern des Pendels, den Arm *BD*, die Schraube *S*, den Contact *M*, die Lamelle *L* nach *T*, von dort durch die Spirale des Elektromagnetes *E*, sowie durch die Spiralen *Y* der etwa eingeschalteten „secundären“ Uhren<sup>1)</sup> und kommt über *G* zum Zinkpole *Z* der Batterie zurück. In Folge dessen wird der Anker *A* durch den Elektromagnet *E* angezogen, und der um *R* drehbare Hebel *URVWX*, welcher bei geöffnetem Stromkreise durch die Spiralfeder *F* bei *U* gegen *C* gedrückt wurde, legt sich an dieser Stelle gegen die Schraube *C'*. Es muß sich also das Ende *X* mit seiner Schraube *O* nach unten bewegen. Wenn nun das Pendel sich von rechts nach links bewegt, so wird die durch *S* gehobene Lamelle *L* sich immer mehr der Schraube *O* nähern. Wenn sie dieselbe erreicht, so wird, weil das Pendel weiterschwingt, der Contact bei *M* geöffnet. Der Elektromagnet hört auf,

1) Sind keine secundären Uhren eingeschaltet, so geht der Strom durch einen in der Figur durch Punkte angedeuteten Verbindungsdraht von *E* nach *G*.

den Hebelarm  $RU$  anzuziehen, und die Feder vermag nun den unteren Hebelarm  $RVWX$  mit der Schraube  $O$  und der Lamelle  $L$  zu heben. Es liegt also auch hier, wie bei dem Tiede'schen Pendel, die Lamelle  $L$  beim Hinabgehen der Schraube  $S$ , ein wenig länger auf derselben als beim Hinaufgehen, und der in Folge dessen auf  $S$  ausgeübte geringe Druck genügt, um das Pendel in Bewegung zu setzen.

Bei dem vorläufigen Versuchsmodell wurde der Contact zwischen  $S$  und  $L$  ohne Vermittelung eines edlen Metalles einfach durch Messing hergestellt. Wie zu erwarten war, wurden die sich berührenden Metalltheile durch Oxydation schon nach kurzer Zeit zur Leitung des Stromes unfähig, und das Pendel blieb stehen. Trotzdem wurde die Anfertigung des definitiven Apparates in Angriff genommen. An diesem sollten die Contactenden von Platin gemacht werden. Noch ehe dasselbe fertig war, versuchte ich es, in einer von meinen bisherigen Versuchen ganz abweichenden Weise, die zerstörenden Wirkungen des Extrastromes zu paralysiren. Die bisherigen Versuche hatten, wie mir schien, deshalb einen ungünstigen Erfolg gehabt, weil der Weg, den die Elektricitäten des Extrastromes zu ihrer Ausgleichung nehmen mußten, einen zu großen Widerstand bot. Ich versuchte deshalb in dem Augenblicke, in welchem der Strom bei  $M$  unterbrochen wird, einen neuen Contact herzustellen, so zwar, daß bei Schließung desselben die Spiralen der in den Strom eingeschalteten Elektromagnete einen in sich vollständig geschlossenen metallischen Kreis bildeten. Es leuchtet ein, daß in diesem geschlossenen Kreise der Extrastrom verschwinden muß, und daß ferner, da der Contact keinen nennenswerthen Widerstand bietet, ein Ueberspringen des Funkens an der Unterbrechungsstelle verhindert wird.

Von vorn herein lag es nahe, zur Herstellung dieses Contactes, den ich als den „*Extrastromcontact*“ bezeichnen möchte, die Berührungsstelle der Schraube  $O$  und der Lamelle  $L$  bei  $N$  zu benutzen. An dem schon genannten Versuchsmodelle wurde der von dem Elektromagnete  $E$

kommende Draht, wie schon in der Zeichnung Fig. 3, Taf. V angedeutet ist, mit *G* metallisch verbunden und von *G* weiter nach *Z* geführt. Die Wirkung dieser Verbindung ist nun folgende: In dem Augenblicke, wo sich die Lamelle *L* auf *O* legt, wird der „Stromcontact“ bei *M* geöffnet. In demselben Augenblicke wird durch Berührung zwischen *L* und *O* der „Extrastromcontact“ bei *N* geschlossen. Die Spirale *E*, sowie die Spiralen *Y* sämmtlicher in den Strom eingeschalteten Elektromagnete, bilden einen geschlossenen metallischen Kreis. Die Elektricitäten des Extrastromes gleichen sich also aus auf dem Wege *G* durch die Feder *F* nach *V*, *W*, *O*, *N*, *I*, *T* über *E* und *Y* wieder nach *G*.

Als die genannte Verbindung an dem Hülfsmodelle hergestellt war, verschwand alsbald der Funken bei *M*. Um die Wirkung dieser Verbindung besser verfolgen zu können, wurden die (messingenen) Contactstellen frisch gereinigt und das Pendel in Gang gesetzt. Anstatt wie früher nach einigen Stunden seine Thätigkeit einzustellen, ging es jetzt ohne Unterbrechung mehrere Tage. Jedoch wurden beide Contactstellen bei *M* und *N* allmählich oxydirt, und nach einigen Tagen kamen Fehler vor, welche einen mangelhaften Contact bei *M* andeuteten. Diese Oxydation der Contacte ist jedoch leicht zu erklären. Da sich in einem bewohnten Zimmer überall Wasserdämpfe niederschlagen, also auch bei *M* und *N*, so bildet sich an diesen Contactstellen eine dünne Wasserschicht, welche bei *M* durch den primären Strom, bei *N* durch den Extrastrom zersetzt wird. Wahrscheinlich hat auch der primäre Strom an der Zersetzung bei *N* seinen Antheil. Sind nämlich vor der Unterbrechung des Stromcontactes bei *M* die beiden Contacte *M* und *N* auch nur auf einen Augenblick *gleichzeitig* geschlossen (wie es factisch der Fall ist), so circulirt der Strom über *H*, *B*, *D*, *M*, *N*, *O*, *W*, *V*, *F*, *G* nach *Z*. Voraussichtlich mußten Platincontacte die Oxydierung verhindern.

An dem unterdessen beinahe fertig gestellten definiti-

ven Apparate wurden deshalb bei *M* und *N* Platincontacte angebracht. Dieselben hielten sich, wie es schien, vortrefflich, indem das Pendel ohne Störung mehrere Monate hindurch im Gange blieb. Inzwischen waren zwei secundäre Uhren in den Strom eingeschaltet, so daß derselbe drei Elektromagnete enthielt. Wurde die Verbindung des Drahtes mit *G* unterbrochen, wodurch der Extrastrom-contact außer Wirksamkeit kam, so sprangen bei *M* lebhaft Funken über. Auch eine physiologische Wirkung des Extrastromes war deutlich merkbar, wenn man zwei Finger an die entsprechenden Drähte legte. Wurde dann die Verbindung bei *G* wieder hergestellt, so waren damit die Funken verschwunden, und nicht die geringste physiologische Wirkung war zu verspüren.

Obgleich wie schon bemerkt, die Contacte sich mehrere Monate hielten, ohne einer Reinigung zu bedürfen, so war doch allmählig eine *schwache* Oxydation der ursprünglich ganz blanken Platinstückchen eingetreten. Der Grund wurde natürlich in der nicht vollständig aufgehobenen Wirkung des Extrastromes gesucht. Es trat auch in der That von Zeit zu Zeit ein schwacher Funke bald bei *M*, bald bei *N* auf. Zuerst sah ich einen solchen, als ich eines Abends bei eintretender Dunkelheit zufällig meinen Blick auf das Pendel richtete. Seit jener Zeit habe ich denselben häufiger im Dunkeln beobachtet. Bei hellem Tageslicht waren die schwachen Funken nicht zu bemerken. Den Grund für das Erscheinen derselben erkannte ich bald in der mangelhaften Construction des Apparates. Einmal war nämlich die Verbindung zwischen dem an *G* geleiteten Drahte und der Schraube *O* keine sichere, weil die Spiralfeder *F* an *G* und *RV* nur durch Haken befestigt war, dann aber auch wurde das freie Ende *X* des langen Hebelarmes *RVWX* bei jedem Anschlage des Endes *U* an *C* in vibrirende Bewegung versetzt. Dieser letztere Umstand hatte zur Folge, daß die Verbindung zwischen *O* und *N* keine beständige war, weil durch die Vibration die Schraube *O* leicht von *N* entfernt

werden konnte. Da sich außerdem noch andere Mängel in den Details der Construction zeigten, so beschloß ich, den Apparat ganz umzubauen.

Der neue Apparat ist in Fig. 4, Taf. V abgebildet. In demselben ist der lange Hebel *URVWX* (Fig. 3) des alten Apparates ersetzt durch den geraden einarmigen Hebel *IU* (Fig. 4). Derselbe ist vermittelt einer Feder *I* aus dünnem, sehr hart geschlagenem Messingblech zwischen die beiden Hälften des Messingprismas *R* eingeklemmt. Diese Feder vertritt erstens die Drehungsaxe des Hebels *IU* und liefert zweitens durch ihre Spannung die Kraft, welche den an *IU* befestigten Anker *A* von seinem Elektromagnete *E* abreißt. Um der Feder *I* die dazu nöthige Spannung zu geben, ist das Messingprisma *R* um eine Axe senkrecht zur Ebene der Zeichnung drehbar, und seine Drehung geschieht vermittelt des Armes *R'* und der Schraube *Q*. Das Ende *U* des Hebels *IU* ist in seiner Bewegung begränzt durch die beiden Schrauben *C* und *C'*, und da der Extrastromcontact *N* in der Nähe der Schraube *C* angebracht ist, so kann er nicht mehr in vibrirende Bewegung gerathen. Die beiden Schrauben *C* und *C'* haben ihre Muttern in einem sehr soliden Messingstück. Ihr Abstand kann sich defshalb nicht mehr in Folge der Durchbiegungen ändern, wie es bei dem frühern Apparate der Fall war. Der Hebel *IU* geht, ebenso wie die Lamelle *L* frei durch den Zwischenraum der Aufhängungsfedern des Pendels *P* hindurch. Der Stromcontact wird gebildet durch die Schraube *S*, welche durch eine hinlänglich weite Oeffnung des Hebels *IU* frei hindurch geht, und durch ein Platinstück *M*, der Extrastromcontact durch einen mit *IU* fest vernieteten Platinstift und ein an *L* befestigtes Platinstück *N*. Der Elektromagnet *E* ist auf einem Schlitten befestigt und läßt sich durch eine Schraube *F* seinem Anker *A* beliebig nähern. Der etwas schief abgefeilte Anker sitzt nicht fest auf *IU*, sondern auf einer darunter liegenden starken Messingfeder, welche an der rechten Seite mit *IU* ver-

nietet  
gegen  
sich  
rall  
dürfe  
Be  
abger  
die C  
Lupe  
Funkt  
Dunk  
Strom  
nie v  
zeigen  
das g  
nicht  
noch  
den b  
wie d  
zeigen  
schüt  
E  
wend  
conta  
Strom  
terbre  
drehb  
vielm  
wirkt  
Ist d  
mit  
Extra  
man  
der S  
der M  
durch  
W

nietet ist. Auf der linken Seite legt sich diese Feder gegen eine bei *I* befindliche Schraube, durch deren Hülfe sich der Anker den Polflächen des Elektromagnets parallel stellen läßt. Die übrigen Theile des Apparates bedürfen keiner weiteren Erklärung.

Bei diesem Apparate, der jetzt, kurze Unterbrechungen abgerechnet, ungefähr  $1\frac{1}{2}$  Jahre in Thätigkeit ist, bleiben die Contacte *vollständig rein*, und es ist selbst durch die Lupe keine Spur von Oxydation zu bemerken. Einen Funken habe ich, trotz wiederholter Aufmerksamkeit im Dunkeln, weder bei *M* noch bei *N* je gesehen. Der Stromcontact hat, so lange die Batterie in Ordnung war, nie versagt. Die Abnutzungen, welche die Contacte noch zeigen, sind rein mechanischer Natur, veranlaßt durch das gegenseitige Reiben der beiden Theile, die sich ja nicht um denselben Mittelpunkt drehen. Jedenfalls können noch mehrere Jahre benutzt werden, ehe sie erneuert werden brauchen. Wahrscheinlich würden hier harte Metalle, wie das von Tiede benutzte Iridium gar keine Abnutzung zeigen. Der Zweck, den Contact *M* vor Oxydation zu schützen, darf also wohl als erreicht betrachtet werden.

Ein solcher Extrastromcontact kann überall da angewendet werden, wo es wünschenswerth ist, einen Stromcontact zu schonen. Soll z. B. (Fig. 5, Taf. V) der Stromcontact *M* geschützt werden, so darf man die Unterbrechung nicht dadurch herstellen, daß man den bei *A* drehbaren Hebel direct aufhebt. Dieses Aufheben muß vielmehr durch einen bei *B* drehbaren zweiten Hebel bewirkt werden, welcher bei *B* den Extrastromcontact bildet. Ist dann der Leitungsdraht in der angegebenen Weise mit *B* verbunden, so gleichen sich die Electricitäten des Extrastromes über *A*, *N*, *C*, *B* aus. In dieser Weise könnte man bei den gewöhnlichen elektrischen Uhren, bei denen der Strom alle Minuten geschlossen wird, den Contact an der Normaluhr einrichten. Es müßte dann der Hebel *BC* durch die Uhr gehoben werden.

Wahrscheinlich wird auch an den Inductionsapparaten

der Extrastromcontact einen vollständigen Ersatz für den Condensator bilden. Doch hatte ich keine Gelegenheit, hierüber Versuche anzustellen.

Da man in neuerer Zeit bei den Uhren der Sternwarten dem Krille'schen Contacte vor andern den Vorzug zu geben scheint, weil er der Pendelbewegung ein möglichst geringes Hinderniß entgegensetzt, so möge hier erwähnt werden, daß auch bei diesem die Einrichtung des Extrastromcontactes möglich ist, dadurch nämlich, daß man zwischen die beiden Quecksilbergefäße noch ein drittes einschaltet, welches nach den beiden äußeren hin horizontale, durchbohrte Spitzen hat. Fig. 8, Taf. V giebt einen Querschnitt durch die drei Gefäße, dessen Ebene durch die horizontalen einander gegenüberstehenden Ausflußöffnungen geht. Durch die Lücken zwischen *A* und *B*, sowie zwischen *B* und *C*, schwingen Glimmerblätter. Diese sind so angebracht, daß die *untere* Kante des zwischen *A* und *B* schwingenden und die *obere* Kante des zwischen *B* und *C* schwingenden in einer horizontalen Ebene liegen. Dann wird in dem Augenblicke, wo durch Abschneiden des Quecksilberfadens zwischen *B* und *A* der Stromcontact geöffnet wird, der Extrastromcontact zwischen *B* und *C* hergestellt, so daß der in *Y* entstehende Extrastrom über *B* und *C* verschwinden kann.

Es möge an dieser Stelle noch erwähnt werden, in welcher Weise ein einfacher Stromcontact mit den elektrischen Spiralen so verbunden werden kann, daß er gleichzeitig die Stelle eines Extrastromcontactes vertritt. Die Anordnung ist aus Fig. 6, Taf. V ersichtlich. Ist der Contact bei *M* geöffnet, so geht der elektrische Strom durch die Spirale *Y*. Wird er geschlossen, so theilt sich der Strom zwischen *Y* und *MA*, und da der Widerstand zwischen *M* und *A* gegen den der Spirale *Y* als verschwindend klein zu betrachten ist, so geht (fast) der ganze Strom durch *MA*, und *Y* verliert seinen Magnetismus. Der dabei auftretende Extrastrom verschwindet auf dem Wege *BMA*. Da eine Unterbrechungsstelle hier nicht

vorha  
Einri  
Man  
leich  
tend  
imme  
durch  
stand  
langt  
bindu  
z. B.  
werd  
und  
Batte  
selbs  
V  
mäßi  
mess  
selbe  
zeigte  
Schw  
fluß  
an d  
selbe  
zuges  
Zeit  
an m  
hängi  
Die  
Trieb  
harre  
feiner  
Ergel  
W  
Schw  
bedeu  
lich s

vorhanden ist, so kann auch kein Funke auftreten. Diese Einrichtung habe ich bisher nicht durch Versuche geprüft. Man wird dieselbe aber auch in der Praxis darum nicht leicht verwenden, weil die Batterie unnützer Weise bedeutend in Anspruch genommen wird. Dieselbe ist nämlich immer geschlossen, einmal mit größerem Widerstande durch die Spirale *Y*, das andere Mal mit kleinem Widerstande über *BMA*, und diese Schließung ist für die verlangte Arbeit vollständig verloren. Doch wird diese Verbindungsweise sich eignen für solche Contacte, welche wie z. B. an Registrirapparaten nur auf kurze Zeit benutzt werden. Bringt man dann zwischen *K* und *B* oder *Z* und *A* eine Unterbrechungsvorrichtung an, so wird die Batterie nur während der kurzen Zeit des Registrirens selbst in Anspruch genommen.

Was nun die Frage angeht, ob das Pendel einen regelmäßigen Gang habe, und ob es sich für genaue Zeitmessungen z. B. auf Sternwarten eigne, so kann ich dieselbe bis jetzt noch nicht günstig beantworten. Anfangs zeigte sich eine nicht unbedeutende Abhängigkeit des Schwingungsbogens von der Temperatur. Ein solcher Einfluß hat sich auch, wenn ich mich recht erinnere, früher an dem Tiede'schen Pendel gezeigt, und es wurde dieselbe wohl mit Recht von Prof. Förster dem Umstande zugeschrieben, daß die Aufhängungsfedern sich erst mit der Zeit der Pendelbewegung vollständig anbequemen. Auch an meinem Pendel hat sich in der letzten Zeit diese Abhängigkeit nicht in auffallender Weise bemerkbar gemacht. Die Aufhängefedern sind provisorisch aus der dünnen Triebfeder einer kleinen Cylinder-Taschenuhr gemacht und harren noch immer der Ersetzung durch solche aus ganz feinem Pendelstahl. Letztere dürften ein weit besseres Ergebniss liefern.

Weiterhin zeigt sich eine geringe Abhängigkeit des Schwingungsbogens von der *Stromstärke*, wenigstens bei *bedeutenden* Schwankungen derselben. Ich habe *absichtlich* solche dadurch hervorgerufen, daß ich bei der Bat-

terie den verbrauchten Kupfervitriol nicht ersetzte. Eine Abnahme der Stromstärke verräth sich schon dem Gehöre, indem der Anschlag bei *C* und *C'* (Fig. 4, Taf. V) verschiedene Stärke hat. Nimmt nun der Strom ab, so ist die Feder *I* eher im Stande, den durch die Spirale *E* hervorgerufenen resp den im Eisenkerne remanirenden Magnetismus zu überwinden, die Lamelle *L* wird früher abgehoben und der Schwingungsbogen in Folge dessen kleiner. Hauptsächlich scheint mir jedoch ein anderer Umstand einzuwirken. Je stärker der durch *E* hervorgerufene Magnetismus ist, desto mehr wird durch Anziehung des Ankers *A* der Hebel *IU* durchgebogen, und da ein Theil dieser Durchbiegung sich auch noch in der Amplitude zeigt, welche der Bewegung des Punktes *O* entspricht, so muß eine Vergrößerung der Stromstärke eine Zunahme des Schwingungsbogens zur Folge haben. Eine der nächsten Verbesserungen, welche ich an dem Apparate anzubringen gedenke, wird deshalb die seyn, daß ich den Hebel *IU* durch einen stärkeren ersetze und die Schraube *C'* unmittelbar unter *O* anbringe. Der letztere Umstand wirkt auch bei dem Tiede'schen Pendel ein, während der erstere wegfällt, da keine Abreißfedern vorhanden sind.

#### §. 4. Secundäre elektrische Uhren.

Bei der im Folgenden beschriebenen Construction *secundärer Uhren*, d. h. solcher Uhren, welche in ihrem Gange vollständig mit einer Normaluhr übereinstimmen müssen, ging ich noch von der Ansicht aus, daß es mir nicht gelingen würde, einen nicht sich oxydirenden Contact an der Normaluhr herzustellen. Die secundären elektrischen Uhren sollten deshalb so eingerichtet werden, daß das Ausbleiben eines einzelnen der sie treibenden Stromimpulse keinen Einfluß auf ihren Gang hätte.

Die erste Idee dazu wurde in mir angeregt durch eine gelegentliche Aeußerung des Hrn. Prof. Förster, welcher bemerkte, es müsse möglich seyn, durch regelmä-

laige, alle Secunden eintretende Stromimpulse eine gewöhnliche Pendeluhr mit einer Normaluhr in Uebereinstimmung zu bringen. Selbstverständlich würde eine solche Uhr auch dann noch ruhig weiter gehen, wenn einzelne Stromimpulse ausblieben. Eine solche Pendeluhr, welche jedoch ohne Gewicht oder Federkraft lediglich durch den elektrischen Strom in Bewegung erhalten wird, ist im Folgenden beschrieben und in Fig. 7, Taf. V schematisch abgebildet.

Ein gewöhnliches Pendel (in dem ausgeführten Exemplare von Holz mit schwerer Linse) ist bei *H* an zwei Federn aufgehängt. Bei *B* trägt dasselbe einen horizontalen Arm *BD*, an dessen Ende die Schraube *S* durch ihre Mutter *D* hindurchgeht. Diese Schraube ist an ihrem oberen Ende mit einer einen Millimeter tiefen axialen Bohrung versehen. Um den Punkt *R*, drehbar in der Ebene der Zeichnung, bewegt sich ein Hebel *AN*, welcher bei *A* den Anker des Elektromagnets *Y* trägt. Dieser letztere ist auf einem Schlitten befestigt und läßt sich durch eine Schraube *I* gegen seinen Anker verstellen. Die Bewegung des Hebels *RN* ist nach Unten hin begränzt durch eine Schraube *L*. An seinem rechten Ende trägt er einen um *N* leicht drehbaren Hebel *CN*. Dieser hat bei *C* einen Sperrhaken und legt sich mit diesem durch sein eigenes Gewicht in die Zähne des Secundenrades *L'*. Ein Winkelhebel *KFE*, bei *F* leicht drehbar, wird gleichfalls durch das Gewicht *K* in die Zähne des Secundenrades gedrückt. Derselbe verhindert den Rückgang des Rades. Bei *M* ist der Hebel *RN* durchbohrt, und durch die Oeffnung kann sich mit verschwindender Reibung das dünner gedrehte Ende eines stählernen Stiftes *G* bewegen, während der dickere Theil dieses Stiftes nicht durch die bei *M* befindliche Oeffnung hindurchgeht. Dieser Stift *G* ist bei *G'* noch einmal besonders abgebildet. Derselbe ruht mit seinem unteren dünnen Ende in der axialen Bohrung der Schraube *S*.

Es möge nach Erklärung der Figur gestattet seyn, die

Entstehung der einzelnen Theile des Apparates näher zu beschreiben. Die Nothwendigkeit der einzelnen Theile wird dadurch besser verständlich.

Um die Ausführbarkeit der Idee zu prüfen, war ursprünglich nichts weiter vorhanden als das Pendel, der Arm *RN* mit dem Anker *A* und der Elektromagnet *Y*. Das Pendel trug den Arm *BD* ohne die Schraube *S*, und die Verbindung zwischen *M* und *D* bildete ein an beiden Enden conisch zugefeilter Stift, welcher in Vertiefungen bei *M* und *D* paßte. Wurde nun der Elektromagnet *Y* in den Stromkreis eingeschaltet (wie die Verbindung zwischen Figur 4 und 7, Taf. V zeigt), so übte *RN* auf *D* einen intermittirenden Druck aus, weil nach jeder Secunde der Anker *A* von *Y* angezogen wurde. Da das Pendel mit dem der Normaluhr nahezu gleiche Schwingungsdauer hatte, so addirten sich die Wirkungen der einzelnen Impulse, und das Pendel nahm in kurzer Zeit einen bedeutenden Schwingungsbogen an. Nicht lange dauerte es jedoch, so begannen die Schwingungen allmählich abzunehmen, das Pendel kam „aus dem Tacte“ und stand bald darauf still. Dann wiederholte sich der geschilderte Vorgang. Durch Veränderung der Pendellänge gelang es mir, die beiden Pendel in fortwährender Uebereinstimmung zu erhalten.

Es wurde nun das Secundenrad mit den beiden Hebeln *CN* und *KFE* angebracht. Bei jeder Schwingung des Pendels nach links zieht der Haken *C* das Rad um einen Zahn weiter. Bei der Schwingung nach Rechts läßt sich *C* in die folgende Zahnlücke, während *E* den Rückgang des Rades hindert. Bei dieser Einrichtung, wo also die Schraube *L* noch fehlte, blieb der Apparat mehrere Monate in Thätigkeit.

Es zeigten sich jedoch einige wesentliche Mängel. Der Schwingungsbogen änderte sich nämlich fortwährend, auch bei geringen Stromschwankungen. Hatte er ein gewisses Maximum erreicht, so kam der Anker zu nahe in den Bereich des Elektromagnets, und die Einwirkung

des letzteren wurde so stark, daß der Anker auf die Pole aufschlug und der *M* und *D* verbindende Stift herausfiel. Um dies zu verhindern, wurde die Schraube *L* angebracht, welche dann anstatt des ursprünglichen Stiftes den bei *G'* gezeichneten verlangte. Durch diese Einrichtung wurde zugleich noch einem anderen Uebelstande gesteuert. Der Haken *C* zog nämlich den jedesmal gefaßten Zahn des Secundenrades weiter als es nöthig gewesen wäre, um den Sperrhaken *E* in die nächste Zahnücke fallen zu lassen, und es wurde in Folge dessen bei dem Zurückgange des Pendels eine zurückgehende Bewegung des Zeigers hervorgerufen. Ja es kam sogar bei stärkeren Stromschwankungen vor, daß wegen der damit zusammenhängenden Zunahme des Schwingungsbogens zwei Zähne zugleich sich an dem Sperrhaken vorbei bewegten.

Die Schraube *L* erlaubt nun, die Bewegung des Hakens *C* so zu reguliren, daß gerade ein Zahn des Secundenrades an dem Sperrhaken *E* vorbeigleitet.

In dieser Weise ist das Pendel schon seit ungefähr  $1\frac{1}{2}$  Jahren mit dem Normalpendel verbunden, und seine Uebereinstimmung mit demselben ist bei guter Regulirung eine vollkommene. Auch bei stärkeren Stromschwankungen, wie sie bei absichtlicher Vernachlässigung der Batterie sich einstellten, wurde dieselbe nicht gestört. Freilich ist diese Regulirung schwer zu erreichen. Es fehlt nämlich an sicheren Kennzeichen, um zu entscheiden, ob das Pendel verkürzt oder verlängert werden müsse, damit sein Gang mit dem des Normalpendels übereinstimme. Das Pendel schwingt unter dem Einflusse zweier Kräfte, der Gravitation und der anziehenden Kraft des Elektromagnetes. Diese letztere aber variirt mit der Stromstärke, und kann mit der ersteren überhaupt nicht ohne Weiteres verglichen werden. Nicht selten habe ich tagelang reguliren müssen, weil die Uebereinstimmung zwar eine Zeit lang vorhanden war, bei einer geringen Stromschwankung aber wieder verloren ging. Es handelte sich jedoch dabei nicht um eine kleine Veränderung der Pendellänge,

sondern um eine solche von mehreren Umdrehungen der Correctionsschraube. Ist der Fehler in der Pendellänge unbedeutender, so vermag das Normalpendel das secundäre mit sich in vollständiger Uebereinstimmung zu halten. Es folgt daraus, daß Veränderungen in der Länge des Normalpendels auch die gleiche Aenderung in der Schwingungszeit der secundären Pendel ohne weitere Correction derselben bewirken; und zwar sogar dann noch, wenn diese Abänderungen, wie der Versuch zeigt, eine Differenz von 1 bis 2 Minuten im täglichen Gange bewirken.

Ein Räderwerk, welches in Bewegung des Secundenrades auf einen Minuten- und Stundenzeiger hätte übertragen können, ist an diesem Apparate nicht angebracht worden, einerseits weil mir ein passendes nicht zu Gebote stand, andererseits, weil eine andere Einrichtung mehr Erfolg versprach.

Durch Einführung elektrischer Uhren nämlich, wenigstens so weit dies auf Sternwarten geschieht, verfolgt man weniger den Zweck, das Aufziehen zu ersparen, als den, eine vollständige Uebereinstimmung anderer Uhren mit einer Normaluhr hervorzubringen. Es kann daher die Bewegung des Zeigerwerkes der Wirkung eines Gewichtes überlassen bleiben. Wird dann das Pendel der Einwirkung des Gewichtes entzogen, und die Bewegung desselben lediglich dem elektrischen Strom in der zuletzt beschriebenen Weise anheimgegeben, so läßt sich eine solche Uebereinstimmung erzielen.

Um die Ausführbarkeit der Idee zu prüfen, wurde an einem alten Uhrwerke mit Federkraft, das Echappement geändert, so daß die schiefen Flächen des Ankers, auf welche die Zähne des Echappementsrades ihre Bewegung übertrugen, wegfielen. Sonst blieb an der Uhr Alles unverändert. Das Pendel wurde durch die zuletzt beschriebene, und in der Fig. 7, Taf. V abgebildete Vorrichtung (bei der natürlich alles über *RN* Befindliche wegfällt) mit dem Normalpendel in Verbindung gesetzt. Da die Einrichtung sich bewährte, so übertrug ich sie auf eine

Pendu  
denpen  
heit f  
Ueber  
Aufste  
die E  
übertr  
viel le  
keine  
Regul  
Pende  
Eipe  
diger  
nur d  
(Fig.  
auf d  
seines  
Be  
Auffal  
Schlag  
sehr l  
des E  
Um d  
ein St  
man r  
W  
nicht  
Genüg  
in vol  
Dabei  
Weise  
das z  
eilend  
nicht  
dafür  
entsch  
magne  
Pogg

Pendule mit Schlagwerk, welche zufällig ein Halbsecundenpendel hatte. Hier hat sie zu meiner vollen Zufriedenheit fungirt. Sie geht schon seit langer Zeit in voller Uebereinstimmung mit dem Normalpendel, obgleich ihre Aufstellung auf einem Schreibtische keine feste ist, und die Erschütterungen des Fußbodens sich auf dieselbe übertragen. Bei dieser Uhr gelingt mir die Regulirung viel leichter, und dieß wohl deshalb, weil das Pendel keine besondere Arbeit zu verrichten hat. Bei der ersten Regulirung mußte das bis dahin richtig schwingende Pendel beinahe um ein Centimeter verlängert werden. Eine dauernde Uebereinstimmung ist übrigens merkwürdiger Weise (wie auch bei dem Apparat Fig. 7, Taf. V) nur dadurch zu erzielen, daß man durch die Schraube *L* (Fig. 7) erst dann die Einwirkung des Elektromagnets auf das Pendel hemmt, wenn dasselbe über die Mitte seines Schwingungsbogens nach links hinausgegangen ist.

Bei der zuletzt beschriebenen Einrichtung bringt das Auffallen des Hebels *RN* auf die Schraube *L* einen lauten Schlag hervor, welcher für den astronomischen Beobachter sehr lästig ist, da er nicht mit dem Schlage der Zähne des Echappementsrades gegen den Anker zusammenfällt. Um diesen Uebelstand zu heben, habe ich an *RN* bei *L* ein Stückchen Leder angebracht. In Folge dessen hört man nichts mehr als die gewöhnlichen Schläge der Uhr.

Wenn auch die Resultate der beschriebenen Versuche nicht allseitig befriedigen, so dürften dieselben doch zur Genüge gezeigt haben, daß es möglich ist, zwei Pendel in vollständige und dauernde Uebereinstimmung zu bringen. Dabei darf ich jedoch nicht verhehlen, daß die Art und Weise wie diese Uebereinstimmung erhalten, d. h. wie das zurückbleibende Pendel in ein rascheres, das vor-eilende in ein langsames Tempo gebracht wird, mir noch nicht zu vollständiger Klarheit gekommen ist. Der Grund dafür liegt hauptsächlich darin, daß es schwer wird, zu entscheiden, bei welcher Lage des Pendels der Elektromagnet *anfängt* seine Wirksamkeit zu äußern. *Factisch*

ist aber ein solcher regulirender Zwang des Normalpendels vorhanden. Wird nämlich die Uebereinstimmung der Pendel absichtlich gestört, so dauert es nur kurze Zeit, bei guter Regulirung des secundären Pendels kaum eine Minute, bis die Harmonie wieder vollständig hergestellt ist.

Es wurde schon bemerkt, daß die anfängliche Regulirung der secundären Pendel mühsam ist. Ich glaube jedoch jetzt ein Mittel gefunden zu haben, sowohl diese anfängliche Regulirung zu erleichtern, als auch die secundären Uhren von der Stromstärke unabhängig zu machen. Dieses Mittel soll darin bestehen, daß (wie in Fig. 4, Taf. V) der Elektromagnet keinen directen Einfluß auf den Gang des Pendels ausübt, sondern bloß dazu verwandt wird, eine Lamelle, die durch ihr Gewicht auf das Pendel einwirkt, zu heben. Versieht man diese Lamelle mit einem Contacte, so kann es durch passende Drahtverbindung ermöglicht werden, das Pendel zunächst unabhängig von der Normaluhr für sich zu reguliren und erst, wenn dies geschehen, es mit der Normaluhr zu verbinden.

Schließlich verdient noch erwähnt zu werden, daß diese Einrichtung nur eine sehr kleine Batterie erfordert. Durch zwei Kupferelemente der primitivsten Art wird das Normalpendel mit zwei (zeitweilig drei) secundären Uhren in Bewegung erhalten, und ich bin überzeugt, daß die Anzahl der letzteren sich bis auf vier wird vermehren lassen, ohne daß es einer Vergrößerung der Batterie bedarf. Es hat sogar eine Zeitlang ein einziges Element den Dienst versehen, und es ist nur aus dem Grunde ein zweites hinzugefügt worden, weil bei einer der secundären Uhren der Elektromagnet nicht besonders gut construiert ist und deshalb einen stärkeren Strom verlangt. Aus diesem Grunde kamen denn auch bei dieser Uhr, so lange nur ein Element wirkte, leicht Fehler vor, während das Normalpendel und die anderen secundären Uhren keine größere elektrische Kraft erforderten.

**Nachschrift.** Während des Druckes erhielt ich durch Vermittelung des Herrn Director Schellen ein Schriftchen von Bröcking in Hamburg, welches die mir bis dahin unbekannten Versuche von Jones über Uhren mit gleichschwingenden Pendeln bespricht. Die in demselben beschriebene Vorrichtung ist von der im Vorstehenden angeführten im Principe wesentlich verschieden. Es übt nämlich der elektrische Strom nur dann einen Einfluß auf den Gang des Pendels einer gewöhnlichen Pendeluhr, wenn dieselbe beginnt gegen das der Normaluhr vorzueilen oder zurückzubleiben. Im ersten Falle tritt er hemmend, im zweiten beschleunigend auf. Da es bei dem in Fig. 7, Taf. V abgebildeten Pendel möglich war, ohne irgend eine Aenderung in der Construction des Apparates das Jones'sche Princip in Anwendung zu bringen, so versuchte ich mich von der Zweckmäßigkeit desselben zu überzeugen. Zu dem Zwecke wurde zunächst die elektrische Verbindung des Pendels mit der Normaluhr unterbrochen und ersteres soweit verkürzt, daß es möglichst gleiche Schwingungsdauer mit der letzteren hatte. Nach Wiederherstellung der Stromverbindung wurde es angestoßen, jedoch so, daß es nach links schwang, während das Normalpendel sich nach rechts bewegte. Es können nun drei verschiedene Bedingungen erfüllt seyn.

1) Das nach links schwingende Pendel und das nach rechts schwingende Normalpendel erreichen gleichzeitig die Mitte des Schwingungsbogens. Während der nächsten halben Secunde ist jetzt der Strom geschlossen und macht *Y* (Fig. 7, Taf. V) magnetisch. In der ersten Hälfte dieser Zeit wirkt der Elektromagnet auf das Pendel beschleunigend, während der zweiten Hälfte um eben soviel verzögernd. Die Gesamtwirkung hebt sich also auf.

2) Das secundäre Pendel hat die Tendenz zurückzubleiben und kommt deshalb eine sehr kleine Zeit später als das Normalpendel in der Mitte seines Schwingungsbogens an. Dann dauert also die beschleunigende Kraft des Magnets ebenso viel länger als  $\frac{1}{4}$  Secunde, und die

verzögernde nimmt um eben soviel ab. Es ist also ein Ueberschuß der beschleunigenden Kraft über die verzögernde vorhanden. Das Pendel wird gezwungen rascher zu gehen.

3) Das Pendel hat die Tendenz vorzueilen, kommt also früher in der Mitte seines Schwingungsbogens an als das Normalpendel. Die Zeit also, während welcher die elektrische Kraft beschleunigend wirkt, ist kürzer als die Zeit, in der sie verzögert. Die verzögernde Kraft überwiegt die beschleunigende Kraft und hält das voreilende Pendel auf.

Der Fall 1) setzt ein Pendel voraus, dessen verlorene Bewegung durch eine andere Kraft als die regulirende elektrische ersetzt wird. Da dies bei meinem Pendel nicht der Fall ist, so muß dasselbe, wenn seine verlorene Kraft ersetzt werden soll, ein wenig retardirend bleiben. In der That ist jedoch die Differenz zwischen den Schlägen des Normal- und des secundären Pendels kaum so groß, daß dieselbe mit dem Ohre wahrnehmbar ist.

Das Pendel geht seit ungefähr acht Tagen, so weit sich beobachten ließ, leidlich gut. Weitere Versuche habe ich natürlich in dieser kurzen Zeit mit demselben nicht machen können.

Uebrigens ist der Apparat von Jones in der Construction bedeutend verschieden von dem in Fig. 7, Taf. V abgebildeten Pendel. Die Einwirkung des Stromes geschieht bei demselben dadurch, daß an der Pendelstange sich eine elektrische Spirale befindet, in deren Höhlung ein am Uhrgehäuse befestigter Magnetstab hineinragt.

#### IV. Ueber einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes; von J. Puluj,

Assistenten an der k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Aus d. Berichten d. Wien. Akad. Bd. LXXI vom Hrn. Verf. übersandt.)

In vorliegender Abhandlung wird die Beschreibung und Theorie eines Apparates von sehr einfacher Construction mitgetheilt, der mir zu Demonstrationen in Vorlesungen diente.

Die Bestandtheile des Apparates sind: Eine Schwungmaschine mit verticaler Spule, ein Calorimeter *c* (Fig. 5, Taf. VI) zur Messung der Wärme, welche in demselben durch Reibung erzeugt wird, und eine Hebelvorrichtung *h* zur Messung der in die Wärme umgesetzten Arbeit.

Die Spule *a* (Fig. 6, Taf. VI) trägt ein conisches Metallstück *b*, welches innen mit Holz ausgefüllt ist, und mittelst dreier Stellschrauben in der Spule coaxial festgeklemmt werden kann. Das Calorimeter besteht aus zwei abgestutzten Hohlkegeln aus Gufseisen, welche fein polirt sind und in einander vollkommen passen, so daß der innere Kegel aus dem äußeren etwas herauschaut und nicht ganz an den Boden desselben reicht. Die Kegeln hatten folgende Dimensionen. — Äußerer Kegel: Durchmesser der Basis 1,8 Cm.; äußerer Durchmesser der Oeffnung 2,96 Cm.; innerer Durchmesser derselben 2,85 Cm. Dicke der Mantelfläche 0,11 Cm. — Innerer Kegel: Durchmesser der Basis 1,68 Cm.; äußerer Durchmesser der Oeffnung 2,88 Cm.; innerer Durchmesser derselben 2,75 Cm.; Dicke der Mantelfläche 0,13 Cm. Beide Kegeln waren von 4,7 Cm. Höhe.

Mittelst dreier Stellschrauben in dem Metallstücke *b* läßt sich auch das Calorimeter coaxial feststellen. Die Spitzen der Stellschrauben werden vom Calorimeter durch dicke Papierstreifen isolirt. Der innere Kegel trägt einen

dünnen Holzdeckel, an welchem ein leichter Balken aus Holz angeschraubt ist. Durch die Mitte des Balkens und Holzdeckels geht eine Bohrung von 1,3 Cm. Durchmesser und dient zur Aufnahme des Thermometers. Der innere Kegel wird ganz mit Quecksilber gefüllt. Der eine Arm des horizontalen Balkens ist an seinem Ende mit einem Häkchen versehen, an welchem der über die fixe Rolle  $r$  geschlungene Faden einer Waagschale befestigt ist. Der zweite Arm des Balkens dient als Gegengewicht.

Wird nun die Schwungmaschine in Bewegung gesetzt, so sucht der äußere Kegel den inneren und den mit ihm fest verbundenen Balken mitzunehmen und die Schale sammt Belastung zu heben. Durch wiederholte Versuche läßt sich diejenige Belastung finden, bei welcher der Balken mit dem horizontalen Theile des Fadens einen rechten Winkel einschließt. Das Gewicht der Schale sammt Belastung repräsentirt nun diejenige Kraft, welche die Reibung der Mantelflächen beider Kegel überwindet, und deren Arbeitsleistung in Wärme umgesetzt wird. Diese Kraft bedarf noch einer Correction, denn dieselbe hat nicht bloß die Reibung beider Kegel, sondern auch die Reibung an der Axe der Rolle zu überwinden. Das Correctionsgewichtchen wird auf folgende Weise bestimmt: Ist  $P$  das Gewicht, welches bei senkrechter Stellung des Balkens gegen den Faden die Reibung der Kegelmantelflächen überwindet, so wird die Axe der Rolle gegen die Lager mit  $R = \sqrt{2P}$  gedrückt. Es wird daher die Schlinge  $h$  des Fadens ausgehängt, ein Gewicht  $\frac{\sqrt{2P}}{2}$  angebunden und durch ein entsprechendes Gewicht in der Schale aequilibrirt. Jenes Zulegegengewichtchen, welches nothwendig ist, um das Gleichgewicht zu stören, überwindet die Reibung an der Axe der Rolle und ist die gesuchte Correction; dieselbe ist von  $P$  abzuziehen. Für meinen Apparat ergab sich aus mehreren Versuchen eine Correction von 0,7 Gramm.

Die Arbeitsleistung der Kraft  $P$  läßt sich durch fol-

gende Ueberlegung mit Leichtigkeit bestimmen. Ist die Schwungmaschine in Bewegung, so dreht sich der äußere Kegel, und der innere wird durch die Kraft  $P$  fix erhalten. Es wird an der Sache nichts geändert, wenn man sich den Fall umgekehrt denkt, nämlich der äußere Kegel sey unbeweglich und der innere werde von der Kraft  $P$  so gedreht, daß ihre Richtung zum Balken stets senkrecht bleibt. In diesem Falle ist die nach einmaliger Umdrehung des Kegels geleistete Arbeit

$$a = 2l\pi P,$$

wenn  $l$  den Hebelarm der Kraft  $P$  bedeutet. Nach  $n$ -maliger Umdrehung ist die in Wärme umgesetzte Arbeit

$$A = 2n l \pi P.$$

Bedeutet ferner  $c$  den Wasserwerth des Calorimeters,  $\alpha$  die Zimmertemperatur,  $\theta - \alpha$  die Temperaturzunahme im Calorimeter nach  $n$ -maliger Umdrehung, so ist die in Calorien ausgedrückte Wärmemenge

$$W = c(\theta - \alpha).$$

Es ergibt sich somit für das mechanische Wärmeäquivalent die Formel

$$J = \frac{2n l \pi P}{c(\theta - \alpha)}.$$

Macht der äußere Kegel jene  $n$ -Umdrehungen in einer Secunde, so ist bei gleichförmiger Drehung der Rotationsmaschine  $nt$  die Anzahl der Umdrehungen in  $t$  Secunden, und daher, wenn  $\theta - \alpha$  die der Zeit  $t$  entsprechende Temperaturzunahme bedeutet,

$$J = \frac{2n\pi l P}{c(\theta - \alpha)} t \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

und

$$\theta - \alpha = \frac{2n\pi l P}{Jc} t \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Diese Formeln sind unter der Voraussetzung aufgestellt, daß das Calorimeter keine Wärme ausstrahle, und können daher zur numerischen Berechnung von Versuchen verwendet werden, bei denen in kurzer Zeit viele

Umdrehungen gemacht werden, also auch viel Wärme erzeugt wird, gegen welche die ausgestrahlte Wärme vernachlässigt werden kann.

Während der Zeit, als Arbeit in Wärme umgesetzt wird, giebt das Calorimeter einen Theil seiner Wärme fortwährend an die Umgebung ab. Die ausgestrahlte Wärmemenge läßt sich in der Rechnung sehr leicht berücksichtigen. Es sey nun zu irgend einer Zeit  $t$  die Temperatur im Calorimeter  $\theta$ . Wächst die Zeit, so wird auch die Temperatur zunehmen; zur Zeit  $t + dt$  wird die Temperatur  $\theta + d\theta$  seyn. Wird die Wärme ausgestrahlt, so ist die Temperaturzunahme nicht mehr der Zeit  $t$  proportional; die Formel (2) bleibt aber noch immer richtig für ein sehr kleines Zeitelement  $dt$ . In der Zeit  $dt$  wird die Arbeit  $2n\pi P dt$  in Wärme umgesetzt und in Folge dessen muß das Thermometer um

$$\frac{2n\pi P}{Jc} dt$$

steigen. Gleichzeitig wird aber das Calorimeter während des Zeitelementes  $dt$  auch eine gewisse Wärmemenge ausstrahlen, daher das Thermometer um

$$R(\theta - \alpha) dt$$

fallen, wenn  $R$  die Geschwindigkeit der Abkühlung des Calorimeters in einer Secunde und bei 1 Grad C. Temperaturdifferenz zwischen dem Calorimeter und der Luft bedeutet. Der Unterschied beider letzten Ausdrücke ist die wirkliche Temperaturzunahme  $d\theta$  des Calorimeters. Es ergibt sich somit für die Temperaturzunahme des calorimetrischen Apparates in der Zeit  $dt$  eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$d\theta = \frac{2n\pi l P}{Jc} dt - R(\theta - \alpha) dt,$$

oder

$$\frac{d\theta}{dt} + R(\theta - \alpha) - \frac{2n\pi l P}{Jc} = 0$$

und ihr Integral

$$\theta - \alpha = e^{-Rt} \left( C + \frac{2n\pi lP}{Jc} \cdot \frac{e^{-Rt}}{R} \right).$$

Die Constante  $C$  erhält ihre Bedeutung aus dem Anfangswerthe der Temperatur  $\theta$ . Ist für  $t = 0$ ,  $\theta = \theta_0$ , so ergibt sich aus der letzten Formel

$$C = - \frac{2n\pi lP}{JcR} + \theta_0 - \alpha,$$

und durch Wiedereinsetzung dieses Werthes erhält man schließlich nach einigen Reductionen

$$\theta - \theta_0 = \left( \frac{2n\pi lP}{JcR} - \theta_0 + \alpha \right) (1 - e^{-Rt}) \quad (3).$$

In dieser allgemeinen Formel muß auch die Formel (2) als specieller Fall enthalten seyn. Wird nämlich die Geschwindigkeit der Abkühlung  $R = 0$  gesetzt, so resultirt aus (3)

$$\theta - \theta_0 = \frac{0}{0},$$

ein Druck von unbestimmter Form, welcher durch Derivation des Zählers und Nenners nach  $R$  und nachherige Substitution von  $R = 0$  in die schon erwähnte Formel

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{Jc} t$$

übergeht.

Ist  $\theta_0$  von der Zimmertemperatur  $\alpha$  wenig verschieden, so kann in der Rechnung die Differenz  $\theta_0 - \alpha$  gegen die große Zahl  $\frac{2n\pi lP}{JcR}$  vernachlässigt werden, und die Formel (3) geht über in

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcR} (1 - e^{-Rt}).$$

Ist auch die Dauer des Versuches kurz, so kann ferner wegen Kleinheit von  $R$  die Exponentialgröße  $e^{-Rt}$  in eine Reihe entwickelt werden:

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcR} \left( 1 - 1 + \frac{Rt}{1!} - \frac{R^2 t^2}{2!} + \frac{R^3 t^3}{3!} - \dots \right).$$

Bei Beibehaltung der drei ersten Glieder der Reihe erhält man die angenäherte Formel:

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{Jc} \left(1 - \frac{Rt}{2}\right)t \quad . \quad . \quad (4),$$

und

$$J = \frac{2n\pi lP}{c(\theta - \theta_0)} \left(1 - \frac{Rt}{2}\right)t \quad . \quad . \quad (5).$$

Für ein unendlich großes  $t$  nähert sich die Formel (3) der Gränze

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcR} t,$$

welchen Ausdruck man auch erhält ausgehend von dem Gedanken, daß der Gränzwert von  $\theta - \theta_0$  dann erreicht seyn wird, wenn die in einer Secunde durch Reibung erzeugte Wärme der in derselben Zeit vom Calorimeter ausgestrahlten Wärmemenge gleich ist.

Unter Voraussetzung, daß die Anzahl der Umdrehungen  $n=0$  sey, daß somit keine Wärme erzeugt werde, erhält man aus der oben angestellten Differentialgleichung

$$d\theta = -R(\theta - \alpha) dt,$$

und das Integral

$$\log \text{nat} (\theta - \alpha) = -Rt + a,$$

welches mit Berücksichtigung der Gränzbedingungen  $t=0$ ,  $\theta=\theta_0$  das bekannte Newton'sche Abkühlungsgesetz

$$\theta - \alpha = (\theta_0 - \alpha) e^{-Rt}$$

liefert, welches aus der Formel (3) sich ergibt, wenn darin  $n=0$  gesetzt wird. Aus den zusammengehörigen Werthen von  $\theta$  und  $t$  und der anfänglichen Temperaturdifferenz  $\theta_0 - \alpha$  läßt sich auch die Abkühlungsgeschwindigkeit  $R$  berechnen. Bei einer anfänglichen Temperaturdifferenz von  $4^{\circ},5$  C. ergab sich aus vielen Versuchszahlen der Werth dieser Constanten

$$R = 0,000963$$

für eine Secunde und eine Temperaturdifferenz  $1^{\circ}$  C. Die Abkühlungsgeschwindigkeit ist aber keineswegs eine constante, sondern eine mit der Temperaturdifferenz  $\theta - \alpha$  veränderliche Gröfse. Um daher auch für Versuche, bei denen gröfsere Temperaturdifferenzen vorkommen, eine

Differentialgleichung aufzustellen, müßte man von der Dulong-Petit'schen Formel

$$\theta - \alpha = (\theta_0 - \alpha) e^{at + bt^2}$$

ausgehen, und hätte eine etwas allgemeinere Differentialgleichung

$$\frac{d\theta}{dt} - (a + 2bt)(\theta - \alpha) - \frac{2\pi\tau l P}{Jc} = 0$$

zu integrieren.

Die von mir angestellten Versuche dauerten nicht länger als 50 Secunden, und die dabei vorkommenden Temperaturdifferenzen waren immer kleiner als 4°,5 C. Ich verwendete daher zur numerischen Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes die obige Formel (5).

### Versuche.

Ich habe mit dem beschriebenen Apparate auch eine Reihe von Versuchen angestellt, deren numerische Berechnung ich weiter folgen lasse. Die Methode des Experimentirens ist sehr einfach. Vor Allem wird ermittelt, welches Gewicht nothwendig ist, um die Reibung der Kegelmantelflächen zu überwinden und den Balken senkrecht gegen den horizontalen Theil des Fadens zu erhalten. Hat der calorimetrische Apparat nahezu die Zimmertemperatur angenommen, so beginnt der eigentliche Versuch. Es wird eine etwas tiefere Temperatur notirt, der Balken gegen den Faden senkrecht gestellt, und in dem Augenblicke, da das Calorimeter die notirte Temperatur angenommen hat, das Schwungrad der Rotationsmaschine mit dem Schlage eines Secundenpendels in Bewegung gesetzt, dann der Balken losgelassen und die Anzahl von Umdrehungen gezählt. Bei meinen Versuchen machte das Schwungrad nur eine und die Spule 7,2 Umdrehungen in einer Secunde. Nach dem Versuche wurde in der Regel 10 Secunden lang gewartet, und in dem Augenblicke, da das Thermometer zu steigen aufhörte, die Temperatur des Calorimeters notirt. Die so abgelesene Temperatur ist etwas kleiner als jene, welche das Calori-

meter genau am Ende des Versuches hat, weil von demselben fortwährend Wärme ausgestrahlt wird. Die Temperaturablösung bedarf daher noch einer Correction

$$\Delta = 0,00963 (\theta - \alpha),$$

worin  $\theta$  die abgelesene Temperatur des Calorimeters und  $\alpha$  die Zimmertemperatur bedeutet. Die Correction wird jedesmal zu der Temperaturzunahme  $\theta - \theta_0$  hinzugegeben.

Bei der numerischen Berechnung der Versuche wurde für die spezifische Wärme nach Regnault gesetzt:

Für Eisen	0,11379,
„ Quecksilber	0,03332,
„ Glas	0,19768.

Ferner war das Gewicht

des äußeren Kegels	22,174 Gramm,
des inneren Kegels	40,250 Gramm,
des Quecksilbers	
im Calorimeter	187,770 Gramm,
im Thermometer	13,573 Gramm.

Das Gewicht des Quecksilbers in der Thermometerkugel ist aus den Dimensionen derselben berechnet worden. Das Gewicht der Glaskugel sammt dem eingetauchten Stücke der Thermometeröhre schätzte ich auf 0,49 Grm.

Aus diesen Zahlen berechnete ich den Wasserwerth des Calorimeters

$$c = 0,0139987 \text{ Kilogramm.}$$

Es war ferner die Länge des Hebelarmes, an welchem der Faden befestigt war,  $l = 30,34$  Cm. Zur Ueberwindung der Reibung an der Axe der Rolle war ein Gewichtchen von 0,7 Gramm nöthig. Die Temperaturen wurden bis auf 0,02 eines Grades der Reaumur'schen Scale genau abgelesen. Vor jeder Versuchsreihe wurde das Calorimeter mit feinem Fließpapier sorgfältig gereinigt.

In der nachfolgenden Tabelle bedeutet:

1.  $t$  die Dauer des Versuches in Secunden;
2.  $\alpha$  die Zimmertemperatur in Celsius'schen Graden;
3.  $\theta_0$  und  $\theta$  die Temperaturen des Calorimeters am Anfang und am Ende des Versuches;

4.  $\theta - \theta_0$  die Temperaturzunahme des Calorimeters;
5.  $P$  das Gewicht der Schale sammt Belastung in Gramm,
6.  $J$  das mechanische Wärmeäquivalent in Kilogramm-metern.

Die Temperaturen des Calorimeters sind in Reaumur'schen Graden beobachtet worden. In der Tabelle ist  $\theta$  und  $\theta_0$  in C-Graden ausgedrückt.

### Resultate der Beobachtungen:

No.	$t$	$\alpha$	$\theta_0$	$\theta$	$\theta - \theta_0$	$P$	$J$
1.	20	11,30	11,375	12,250	0,875	20,6	440,2
	50	11,32	12,400	14,525	2,125	19,8	427,2
	30	11,31	12,125	13,450	1,325	20,6	431,8
	30	11,30	12,163	13,513	1,350	21,1	434,5
2.	50	9,50	9,600	11,7500	2,1500	19,7	421,8
	40	9,50	10,000	11,6875	1,6875	19,7	430,9
	50	10,00	10,125	12,4375	2,3125	21,3	425,3
	50	10,00	10,625	12,9625	2,3375	21,7	427,9
3.	40	13,70	13,8750	15,6250	1,7500	20,3	429,3
	20	13,71	15,0000	15,8750	0,8750	20,3	427,9
	40	13,50	15,2750	17,0000	1,7250	20,3	431,9
	50	13,00	13,2375	15,4375	2,2000	20,3	425,2
	30	13,00	13,8125	15,1625	1,3500	20,3	417,5
4.	20	10,30	10,5000	11,3750	0,8750	20,3	433,1
	40	10,29	11,7500	13,5000	1,7500	20,3	426,5
	30	10,30	11,0000	12,3125	1,3125	20,3	429,9
	20	10,30	12,9000	13,8000	0,9000	20,3	410,7
	30	10,90	11,0000	12,3750	1,3750	20,3	412,0
	50	13,00	13,2500	15,4375	2,1875	20,3	427,6
	30	13,00	13,6250	15,0000	1,3750	20,3	410,6
	30	13,00	14,6250	16,0000	1,3750	20,6	414,0
	30	12,97	15,375	16,7250	1,3500	20,6	419,5
	30	12,50	13,3125	14,6500	1,3375	20,5	426,0
5.	30	12,50	12,7125	14,0000	1,2875	19,5	422,1
	40	13,00	13,1875	14,8750	1,6875	19,5	427,1
6.	40	10,00	10,0875	11,8750	1,7875	20,6	427,1
	40	10,00	10,7875	12,6250	1,8375	20,6	423,7
	20	10,00	10,9250	11,8125	0,8875	20,3	423,8
Mittel							$425,2 \pm 5$

Das Mittel aus allen Werthen des mechanischen Wärme-  
aequivalentes 425,2 mit dem mittleren Fehler  $\pm 5,4$  ist in  
bester Uebereinstimmung mit der Zahl 424,9, welche Joule  
als Mittel aus einer grossen Reihe sehr gut übereinstim-  
mender Werthe gefunden hat. Dieses Resultat kann zu-  
gleich als Maass der Genauigkeit gelten, mit der die Ver-  
suche mit Hilfe dieses einfachen Apparates sich ausführen  
lassen.

Zum Vortheil ist beim Experimentiren noch folgende  
Vorrichtung. Auf einem dünnen rechtwinkligen Holzdreieck  
Fig. 7, Taf. VI ist von  $c$  aus durch die rechtwinklige Ecke  $a$   
mit dem Halbmesser von der Länge eines Balkenarmes  
ein Bogen  $am$  beschrieben und in Grade getheilt. Senk-  
recht zur Kathete  $ac$  sind parallel zur Kante  $ab$  Linien ge-  
zogen. Das Holzdreieck ruht horizontal auf einem Gestell  
und wird unter dem Balken so aufgestellt, daß die Axe  
des letzteren mit der einen und der Faden mit der ande-  
ren Kathete desselben zusammenfallen. Bei einer Belastung,  
die etwas grösser gewählt ist als jene, welche nöthig ist,  
um den Querbalken in der normalen Stellung gegen den  
Faden zu erhalten, wird der Balken mit der Kathete  $ac$   
einen Winkel  $\varphi$  einschliessen. Der Schlitten  $ee$  (Fig. 6,  
Taf. VI), auf dem die Rolle ruht, wird noch etwas auf  
der Tischplatte verschoben, bis der Faden mit den Linien  
auf dem Holzdreieck parallel läuft.

Der aus einer etwas zu grossen Belastung nach der  
Formel (5) berechnete Werth des mechanischen Wärme-  
aequivalentes ist, wie leicht einzusehen, noch mit  $\cos \varphi$   
zu multipliciren.

$$J = J_{\varphi} \cos \varphi.$$

# V. Ueber die Polarisationsdrehung des Quarzes; von HH. J. L. Soret und E. Sarasin,

(Aus d. *Archives d. sciences phys. et nat.* Nov. 1875 von HH. Verf.  
übersandt.)

Der Winkel, um welche eine rechtwinklig gegen die Axe geschnittene Quarzplatte die Polarisationsebene des Lichtes dreht, ist für Strahlen von verschiedener Brechbarkeit zwischen den Gränzen der Sonnenlinien *B* und *H* von Hrn. Broch<sup>1)</sup>, und neuerdings von Hrn. Stefan<sup>2)</sup> bestimmt worden.

Wir haben geglaubt, daß es von Interesse seyn würde, diese Bestimmungen auf die ultravioletten Strahlen auszu- dehnen, unter Benutzung des Spectroskops mit fluoresci- rendem Ocular, welches kürzlich der Eine von uns be- schrieben hat<sup>3)</sup>. Wir haben auch die Drehung in dem weniger brechbaren Theil des Spectrums gemessen, für die Wellenlängen der Linien *a* und *A*, welche unseres Wissens noch nicht in dieser Beziehung zum Gegenstand einer Untersuchung angewandt worden sind.

Wir haben die Methode der HH. Fizeau und Fou- cault angewandt, welche auch von den HH. Broch und Stefan bei ihren Arbeiten über den Quarz, so wie von anderen Physikern bei analogen Untersuchungen benutzt worden ist. Diese Methode ist zu bekannt, als daß wir lange bei ihr zu verweilen brauchten; wir begnügen uns kurz die Einrichtung unseres Apparates zu beschreiben.

Das durch einen Metallspiegel (versilbertes Glas) hori- zontal reflectirte Sonnenlicht wurde durch eine convexe Linse von 72<sup>mm</sup> Oeffnung und etwa 1,45<sup>m</sup> Brennweite con-

1) Dove's Repertorium, Bd. VII, S. 115. *Ann. de chim. et de phys.* Sér. III, T. XXIV, p. 119.

2) Sitzungaber. d. Wien. Akad., Bd. L, S. 88. (Ann. Bd. 122, S. 631).

3) *Arch. d. sciences phys. et nat.* 1874, T. XLIX, p. 338. (Ann. Bd. 152, S. 167).

centrirt. Etwas vor dem Brennpunkt der Linse ging das Bündel durch ein großes Nicol'sches Prisma, dann durch eine winkelrecht gegen die Axe geschnittene Quarzplatte, darauf durch einen zweiten, an einem graduirten Kreis befestigten Nicol und endlich in ein Spectroskop, dessen Spalte im Brennpunkt der Linse befindlich war.

Das unter diesen Umständen erhaltene Spectrum ist wie bekannt durchzogen von schwarzen Streifen, desto dichter, je dicker die Quarzplatte ist. Dreht man den zerlegenden Nicol, so kann man einen dieser Streifen mit dieser oder jener Linie des Sonnenspectrums in Coincidenz bringen und daraus den Winkel herleiten, um welchen man die Rotation des Lichtes von entsprechender Brechbarkeit drehen muß.

In dem durch das fluorescirende Ocular sichtbar gemachten ultravioletten Theil des Spectrums zeigen sich die schwarzen Streifen durchaus ebenso und man kann die Bestimmungen somit bis zur Linie *N* ausdehnen, welche man noch mit ziemlicher Deutlichkeit unterscheidet, wenn man Apparate aus optischen Gläsern und ein Prisma von weißem Flintglase anwendet.

Um über die Linie *N* hinauszugehen, müßten die Linsen und das Prisma des Spectroskops aus Quarz oder Kalkspath bestehen; wir sind bei Herstellung von Apparaten dieser Art auf Schwierigkeiten gestoßen, die uns bisher aufgehalten haben, die wir aber bald zu überwinden hoffen.

Das Verfahren zur Sichtbarmachung der ultravioletten Strahlen besteht darin, daß wir in den Brennpunkt des Fernrohres des Spectroskops eine fluorescirende Platte brachten und sie mit einem gegen die Axe des Fernrohres geneigten Ocular beobachteten. Diese Einrichtung hat, seitdem wir sie beschrieben, einige Abänderungen erlitten, deren wesentlichsten folgende sind: 1) Die Linie, um welche das Ocular wie um eine Axe drehbar ist, während es gegen die allgemeine Axe des spectrokopischen Fernrohres neigt, geht durch die fluorescirende Platte (nicht

mehr  
letzte  
daß  
der M  
Lame  
nen  
halte  
ander  
seere  
In  
rend  
wollt  
man  
Linie  
mit  
habe  
dient  
That  
viole  
Lebh  
welc  
man  
hat,  
Lich  
F  
vor  
anzu  
abso  
Man  
und  
eben  
I  
links  
Eini  
Plat  
und  
wie  
Po

mehr dahinter); daraus folgt, daß das Centrum dieser letzteren immer im Brennpunkt des Oculars bleibt und daß man nicht mehr nöthig hat, die Einstellung nach der Neigung abzuändern. 2) Die flüssigen fluorescirenden Lamellen sind von geringerer Dicke als früher; die dünnen Glasplatten, zwischen welchen die Flüssigkeit enthalten ist, stehen nur etwa ein halbes Millimeter auseinander, statt  $1,5^{\text{mm}}$ , somit erhält man die Linien in grösserer Deutlichkeit.

In gewissen Fällen haben wir Uranglas als fluorescirende Platte angewandt; z. B. wenn wir uns versichern wollten, ob man übereinstimmende Resultate erhalte, wenn man eine am Ende des sichtbaren Spectrums liegende Linie, wie  $h$ , bald mit seinem gewöhnlichen Ocular, bald mit einem fluorescirenden beobachte. Am häufigsten haben wir uns aber einer verdünnten Aesculinlösung bedient, da sie uns am zweckmässigsten erschien; in der That entwickeln die äussersten violetten und die ultravioletten Strahlen bis über  $N$  hinaus ihre Fluorescenz mit Lebhaftigkeit; überdies absorbirt sie nicht die Strahlen, welche sie aussendet, so daß man das Spectrum, welches man beim Hindurchsehen erblickt, fast denselben Glanz hat, wie wenn man die Platte von der Seite, von der das Licht herkommt, betrachtet.

Für die Beobachtung der Linien  $a$  und  $A$  reicht es hin, vor der Spalte des Spectroskops ein blaues Kobaltglas anzubringen; dies läßt das äusserste Roth durch und absorbirt die benachbarten mehr brechbaren Strahlen. Man unterscheidet dann diese beiden Linien sehr leicht und kann die Messungen vornehmen, von  $a$  wenigstens eben so genau als an dem Rest des Spectrums.

Fast alle unsere Beobachtungen haben wir mit einer links drehenden Quarzplatte von  $30^{\text{mm}},085$  Dicke gemacht. Einige Proben haben wir auch mit einer rechts drehenden Platte von  $10^{\text{mm}}$  Dicke angestellt. Für die Linien zwischen  $a$  und  $H$  haben wir solchergestalt identische Zahlen erhalten, wie mit der  $30^{\text{mm}}$  dicken Platte, allein in denjenigen Thei-

len des Spectrums, die keine grofse Helligkeit besitzen, sind die schwarzen Streifen, die man mit der Platte von 10<sup>mm</sup> erhält, zu breit, als dafs die Einstellung mit hinreichender Genauigkeit geschehen könnte.

Wenn man, wie wir, directes Sonnenlicht anwendet, mufs man vorab den Zerleger in solche Stellung bringen, dafs die Linie des Spectrums, mit welcher man operiren will, gut sichtbar sey; alsdann bringt man das Fadenkreuz des Fernrohrs in Coincidenz mit dieser Linie, dreht darauf den Zerleger solchergestalt, dafs die Mitte eines schwarzen Streifens mit dem Fadenkreuz zusammenfällt und folglich mit der Linie, auf welcher sie fixirt ist; die Linie selbst hört im Allgemeinen auf sichtbar zu seyn.

Da die Einstellung nicht mit absoluter Genauigkeit geschehen kann, so mufs man in allen Fällen mehrere Messungen machen und aus ihnen das Mittel nehmen.

Die verschiedenen Theile des Spectrums eignen sich nicht gleich gut zu der Beobachtung. Nach den Enden des Spectrums hin, wo das Licht rasch abnimmt, geschieht die Einstellung weniger genau. Es ist ausserdem gut, wenn die Linie, auf welche man visirt, etwas isolirt sey, und nicht einer complexen Gruppe angehöre, oder wenigstens in dieser Gruppe symmetrisch liege. Wir werden kurz die mehr oder weniger günstigen Bedingungen für die von uns beobachteten Linien angeben.

Bei *A* sind die Messungen schwierig wegen der geringen Intensität des weniger als diese Linie brechbaren Lichts.

Bei *a* kann man die Beobachtungen leicht anstellen, wenn man das Fernrohr auf die Mitte der beiden sehr benachbarten Linien richtet, deren Wellenlängen 7184,7 und 7172,5 (Mittel 7183,6) sind; man ist in der Mitte einer Gruppe, links und rechts welcher man ein ziemlich gleiches Licht hat, sobald man vor die Spalte des Spectroskops eine blaue Glasplatte von hinreichender Dicke stellt.

Bei *B* ist die Beobachtung schwierig. Man kann die

blaue Glasplatte nicht mehr anwenden, weil sie das Licht von dieser Brechbarkeit absorbiert. Wir haben es durch ein rothes Glas ersetzt; dann überwiegt das mehr als *B* brechbare Licht sehr an Helligkeit dasjenige, welches weniger brechbar ist. Ueberdies liegt die Linie *B* ( $\lambda = 6867,4$ ) am Ende einer Gruppe von Linien.

Bei der Linie *C*, an welcher wir übrigens wenig Messungen gemacht haben, schien uns die Beobachtung ziemlich leicht zu seyn.

Die Linien *D* bieten keine Schwierigkeiten dar; wir haben auf die brechbarste von beiden ( $\lambda = 5889,12$ ) visirt.

Eben so leicht ist die Beobachtung bei *E* und *F*.

Dagegen gehört *G* zu einer zu verwickelten Gruppe, als daß sie sich leicht zu sehr guten Messungen eignete.

*h* zeigt günstige Umstände zur guten Einstellung, wir haben sie sowohl mit einem gewöhnlichen Ocular, als mit einem fluorescirenden (Uranglas) beobachtet, und keinen Unterschied in den Resultaten bemerkt.

Bei *H* ist die Messung weniger genau, weil man durch die Nähe der Linie *H*<sub>2</sub> gestört wird.

Ebenso eignen sich die zahlreichen Linien der Gruppe *L* sehr schlecht zu genauen Bestimmungen.

*M* dagegen ist leicht zu beobachten; wir visirten meistens auf die dritte der vier Linien, welche leicht sichtbar sind ( $\lambda = 3720$ ). Besser ist noch, die eigentliche Linie *M* zu beobachten ( $\lambda = 3726,8$ ), welche sich zwischen der zweiten und dritten der eben genannten vier Linien befindet.

Endlich ist *N* schwierig wegen Schwäche der Lichtstärke und wegen Nähe des Punkts, wo einerseits das Spectrum scheinbar aufhört und andererseits eine Gruppe weniger brechbarer Linien da ist. Uebrigens hängt die Leichtigkeit und selbst die Möglichkeit der Beobachtung viel von der Reinheit der Atmosphäre ab.

Die Resultate, welche wir mit der linksdrehenden Platte

von  $30^{\text{mm}},085$  erhalten, sind in folgender Tafel zusammengestellt.

Linien	Winkel der beobachteten Drehung					Mittel
	$\lambda$	1. Reihe	2. Reihe	3. Reihe	Zahl der Beob.	
<i>A</i>	7604,0	12,62 <sup>(*)</sup> 12,76	12,68		20	12,68
<i>a</i>	7183,6	14,31	14,35	14,34 <sup>(*)</sup>	16	14,33
<i>B</i>	6867,4	15,69	15,82		12	15,76
<i>C</i>	6562,1		17,35		6	17,35
<i>D</i>	5889,12	21,82 <sup>(*)</sup>	21,78		10	21,80
<i>E</i>	5269,0	27,68 <sup>(*)</sup>	27,56		10	27,61
<i>F</i>	4860,74	32,98 <sup>(*)</sup> 32,86 <sup>(*)</sup>		32,77 <sup>(*)</sup> 32,82	18	32,85
<i>G</i>	4307,25	42,67		49,50	12	42,63
<i>h</i>	4101,2	47,52	47,52 <sup>(*)</sup>		14	47,52
<i>H<sub>1</sub></i>	3968,1	51,21 51,12 <sup>(1°)</sup>	51,23 51,16 51,33 <sup>(*)</sup> 51,10 <sup>(*)</sup>	51,37 54,37 <sup>(*)</sup>	46	51,22
<i>L</i>	3819,6		56,05 55,71		12	55,88
<i>M</i>	3726,8			59,04 <sup>(*)</sup>	8	50,04
( <i>M</i> )	3720,0		59,18 59,20	59,31 <sup>(*)</sup>	21	59,24
<i>N</i>	3580,6	64,76	64,74	64,28 <sup>(1°)</sup>	28	64,47

Die erste Columne enthält die Bezeichnung der Linien des Sonnenspectrums, auf welche die Bestimmung sich bezieht. Die zweite enthält die entsprechende Wellenlänge nach Ångström und Cornu. Die dritte, vierte und fünfte Columne geben in Graden und Bruchtheilen derselben die Werthe der Drehungswinkel, wie sie bei drei Beobachtungsreihen gefunden wurden und bezogen auf eine Quarzdicke von 1 Mm. Die zweite Reihe der Versuche wurde gemacht mit zwei Prismen des Spectroskops von *A* bis *E*, und mit einem einzigen Prisma bei den brechbareren Linien; die erste und die dritte Reihe wurden mit einem einzigen Prisma gemacht. Die angegebenen Zahlen sind schon das Mittel aus einer gewissen Anzahl von Beobachtungen, meistens 6 (wenn die Anzahl abweicht von 6, so ist sie durch eine kleine Ziffer daneben

in Parenthese angegeben). Die sechste Columnne giebt die gesammte Anzahl der an jeder Linie angestellten Beobachtungen. Und die siebente Columnne enthält das Mittel aller an einer selben Linie ausgeführten Messungen.

Die Uebereinstimmung der verschiedenen Reihen ist, wie man sieht, befriedigend; sie schwankt etwas bei den Linien, bei denen, wie gesagt, nicht alle gleich einstellbar sind.

Die in der siebenten Columnne obiger Tafel enthaltenen Resultate nähern sich sehr den von Hrn. Broch und Hrn. Stefan gefundenen.

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>
Broch	15°,30	17°,24	21°,67	27°,46	32°,50	42°,20	
Stefan	15°,53	17°,22	21°,67	27°,46	32°,69	42°,37	50°,98.

Die Zahlen des Hrn. Stefan, die das grössere Vertrauen scheinen einflößen zu müssen, sind jedoch alle etwas geringer als die unserigen; wie man aus der obigen Tafel ersehen kann, steigen die Unterschiede auf etwa 5 bis 7 Tausendstel der ganzen Drehung; die Abweichung ist indeß stärker bei der Linie *B*, deren Messung schwierig ist, wie wir schon bemerkt haben.

Unterschied	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>
absoluter	0°,21	0°,13	0°,13	0°,15	0°,16	0°,26	0°,24
In Theilen der ganzen Drehung	0°,014	0°,0075	0°,006	0°,005	0°,005	0°,006	0°,005.

Diese geringen Divergenzen glauben wir zweien Ursachen zuschreiben zu können. Erstens mußten wir unsere Versuche bei einer beträchtlich höheren Temperatur anstellen; denn wir arbeiteten an sehr heißen Tagen dieses Sommers, in Stunden wo die äußere Temperatur etwa 20° bis 25°C. betrug, überdiß erhöhten die mittelst einer Linse auf der Quarzplatte concentrirten Sonnenstrahlen nothwendig auch diese Temperatur. Nun hat Hr. V. v. Lang neuerlich in einer Arbeit gezeigt<sup>1)</sup>, daß das Drehvermö-

1) Sitzungsberichte d. Wiener Akad. 1875 Apr., Bd. LXXI. (Ann. Bd. 156, S. 422.)

gen des Quarzes etwas mit der Temperatur zunimmt; er giebt für diese Zunahme die Formel:

$$\varphi_t = \varphi_0 (1 + 0,000149 t),$$

wo  $\varphi_t$  und  $\varphi_0$  die Drehungswinkel bei  $t^\circ$  und  $0^\circ$ . Angenommen, was wir für sehr möglich halten, daß zwischen den Versuchen des Hrn. Stefan und den unserigen ein Temperaturunterschied von  $20^\circ$  herrschte, würde sich der Unterschied zwischen unseren Resultaten auf etwa 3 Tausendstel reduciren <sup>1)</sup>.

Zweitens zeigt die von uns angewandte Quarzplatte in Bezug auf den Parallelismus ihrer Flächen und die Richtung gegen die Axe eine geringe Unvollkommenheit; überdies gehen die Strahlen nicht absolut winkelrecht durch sie hin, weil sie durch eine Linse von großer Brennweite convergent gemacht wurden, eine Einrichtung, welche nothwendig war, um bei der Beobachtung des ultravioletten Theils des Spectrums ein hinreichend intensives Licht zu erhalten. Es gab also eine obgleich sehr kleine Fehlerquelle, welche die erhaltenen Zahlen zu vergrößern strebte; sie mußte übrigens dem Drehungswinkel proportional seyn.

Zusammengefaßt, glauben wir, daß unsere Versuche sehr genährte Werthe für die Quarzdrehung, bei  $30^\circ$  bis  $35^\circ$  ergeben, und daß die kleine Berichtigung, deren sie noch bedürfen, sich nur auf die absoluten Werthe er-

1) Es läßt sich annehmen, daß die Zahlen des Hrn. Stefan einer Temperatur von etwa  $15^\circ$  entsprechen; bei unseren Versuchen hatte das nach der Mittagsseite gelegene und den Strahlungen der Sonne ausgesetzte Arbeitszimmer  $27^\circ$  bis  $28^\circ$ ; ohne Uebertreibung kann man voraussetzen, daß die Quarzplatten, trotz ihres geringen Absorptionsvermögens, eine um 7 bis  $8^\circ$  höhere Temperatur annahmen, theils weil sie direct dem convergirenden Bündel Sonnenstrahlen ausgesetzt waren, theils weil sie in Berührung standen mit ihren metallischen Stützen. Sie mußten also ungefähr  $35^\circ$  haben.

Wäre uns die Abhandlung des Hrn. V. v. Lang bekannt gewesen, als wir unsere Versuche anstellten, würden wir gesucht haben, die Temperatur des Quarzes zu bestimmen; wir werden dieß in einer Fortsetzung dieser Arbeit thun.

streckt, und nicht auf die relativen Werthe dieser Winkel, man also berechtigt ist, einige Schlüsse aus unseren Resultaten zu ziehen.

Um den Drehungswinkel  $\psi$  in Function der Wellenlänge  $\lambda$  auszudrücken, hat man die folgende Formel aufgestellt:

$$\psi = -A + \frac{B}{\lambda^2},$$

in welcher  $A$  und  $B$  zwei Constanten sind. Diese Formel, welche mit den zwischen  $B$  und  $H$  gemachten Beobachtungen eine fast genügende Uebereinstimmung zeigt, wird zwischen ausgedehnteren Gränzen unrichtig. Berechnet man die Constanten  $A$  und  $B$  nach den bei den Linien  $a$  und  $M$  beobachteten Werthen von  $\psi$ , so findet man für die Strahlen von intermediärer Brechbarkeit die von der Formel gegebenen Werthe beständig höher als die beobachteten Zahlen. Für die Linie  $G$  übersteigt die Abweichung  $1^\circ$ . Für die Linien  $A$  und  $N$  sind dagegen die berechneten Werthe kleiner als die beobachteten.

Ausgehend von der annehmbaren Idee, daß die Drehung für Strahlen von unendlich großer Wellenlänge Null seyn muß, hat Hr. Boltzmann die Formel aufgestellt <sup>1)</sup>:

$$\psi = \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \frac{D}{\lambda^6} + \dots$$

Er hat gezeigt, daß diese Formel, reducirt auf die beiden ersten Glieder, sehr gut übereinstimmt mit den von Hrn. Stefan zwischen den Linien  $B$  und  $H$  gemachten Beobachtungen. Wir haben gleichfalls gefunden, daß sie mit unseren Bestimmungen sehr genügend übereinkommt. Berechnet man die Coëfficienten  $B$  und  $C$  nach den Zahlen, welche wir für die Linien  $a$  und  $M$  gefunden haben, so wird die Formel:

$$\psi = \frac{7,10123}{10^6 \lambda^2} + \frac{0,15195}{10^{12} \lambda^4}.$$

1) Poggendorff's Annalen, Jubelband, S. 128.

Folgende Tafel giebt einen Vergleich unserer Resultate mit den aus dieser Formel abgeleiteten Zahlen. Die Unterschiede sind in der letzten Spalte angegeben.

## Drehungswinkel.

Spectrallinien	Beobachtet	Berechnet	Unterschied
<i>A</i>	12,68	12,74	+ 0,06
<i>a</i>	14,33	14,33	0
<i>B</i>	15,76	15,74	— 0,02
<i>C</i>	17,35	17,31	— 0,04
<i>D</i>	21,80	21,74	— 0,06
<i>E</i>	27,61	27,55	— 0,06
<i>F</i>	32,85	32,78	— 0,07
<i>G</i>	42,63	42,60	+ 0,06
<i>h</i>	47,52	47,58	+ 0,06
<i>H</i>	51,22	51,22	0
<i>L</i>	55,88	55,83	— 0,05
<i>M</i>	59,04	59,00	— 0,04
( <i>M</i> )	59,24	59,24	0
<i>N</i>	64,47	64,63	+ 0,16.

Man sieht, daß innerhalb der ausgedehnteren Gränzen unserer Beobachtungen die Uebereinstimmung zwischen den Resultaten der Erfahrung und denen der Formel des Hrn. Boltzmann sehr vollständig ist. Die stärkste Abweichung findet sich bei der Linie *N* und überschreitet dennoch nicht die Gränzen der Beobachtungsfehler.

Wir haben uns vorgenommen, diese Untersuchung fortzusetzen, sobald die schöne Jahreszeit es uns erlauben wird, und wir hoffen mittelst gewisser Abänderungen unserer Apparate noch an Genauigkeit etwas zu gewinnen und andererseits unsere Messungen über die Linie *N* hinaus zu erweitern<sup>1)</sup>.

- 1) Der in den *Compt. rend.* der Pariser Akademie (11. Oct. 1875) veröffentlichte Auszug von dieser Arbeit enthält Zahlen, die von den hier gegebenen etwas abweichen. Ausser einem Paar unwichtiger Unrichtigkeiten, die wir berichtigt haben, ist nämlich die Berechnung nach der Formel des Hrn. Boltzmann, mit Inbegriff der Bestim-

mung der constanten Coëfficienten, wiederholt unter Annahme der genauen Werthe für die Wellenlängen, welche Ångström und Hr. Cornu im Text ihrer Arbeiten über das Sonnenspectrum geben und nicht mehr die direct von der Abbildung mit geringerer Approximation abgenommenen Werthe.

Veranlaßt durch diese Mittheilung an die Akademie hat Hr. Orouillebois eine Notiz veröffentlicht (*Compt. rend.* 18. Oct. 1875), in welcher er daran erinnert, daß er der *British Association* i. J. 1872 eine Arbeit über denselben Gegenstand überreicht habe, von der aber nur der Titel in die *Compt. rend.* der Sitzung aufgenommen worden sey. Er hatte die Methode der HH. Fizeau und Foucault angewandt, nämlich das Spectrum auf ein mit fluorescirender Lösung getränktes Papier projicirt und war dadurch zu Resultaten übereinstimmend mit den unserigen gelangt.

## VI. Bemerkungen über die Wärmeleitung der Gase; von Ludwig Boltzmann.

(Aus d. Berichten d. Wiener Acad. Bd. 72 vom Hrn. Verf. übersandt.)

In meinen „Weiteren Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmoleculen“ (Sitzungsb. Bd. LXVI) machte ich darauf aufmerksam, daß die Wärmeleitungsconstante der Gase auf theoretischem Wege durchaus nicht numerisch exact berechnet werden kann, da man aus der Gas- theorie ohne nähere Kenntniß der inneren Beschaffenheit der Moleculé nicht bestimmen kann, in welcher Weise sich die intramoleculare Bewegung der Moleculé von Molecul zu Molecul fortpflanzt. Es lag damals nur eine einzige genauere Bestimmung der Wärmeleitungsconstante der Luft durch Stefan vor; es war also damals auch noch nicht an der Zeit, den umgekehrten Weg einzuschlagen, und aus den Beobachtungen über Wärmeleitung Rückschlüsse auf die Art und Weise oder doch wenigstens auf die Geschwindigkeit zu ziehen, mit welcher sich die intramoleculare Bewegung fortpflanzt. Seitdem hat aber

Stefan seine Beobachtungen auf sehr viele Gase ausgedehnt, und wurden auch von anderen Beobachtern nach ähnlichen Methoden zuverlässige Bestimmungen ausgeführt, welche Anhaltspunkte zur Beantwortung dieser Frage bieten. Der Erste, welcher die Wärmeleitung der Gase in exacter Weise theoretisch berechnete, nämlich Maxwell, setzte in seinen Rechnungen wenigstens stillschweigend voraus, daß sich die lebendige Kraft der intramolecularen Bewegung verhältnißmäßig gerade so schnell fortpflanzt, wie die der progressiven; genauer gesprochen, daß beim Vorgange der Wärmeleitung sich die lebendige Kraft progressiver Bewegung, welche durch einen Querschnitt hindurchgeleitet wird, zur gesammten lebendigen Kraft, welche hindurchgeleitet wird, verhält, wie die im Gase enthaltene lebendige Kraft progressiver Bewegung zur gesammten darin enthaltenen lebendigen Kraft. Wenn diese Annahme Maxwell's auch, so lange keine experimentellen Daten vorlagen, vielleicht als die am nächsten liegende bezeichnet werden muß, so ist doch klar, daß eine theoretische Nöthigung zu derselben durchaus nicht besteht, ja daß eine absolute Gleichheit der Geschwindigkeit der Leitung der lebendigen Kraft der progressiven und intermolecularen Bewegung *a priori* nicht einmal als wahrscheinlich bezeichnet werden kann. In der That sind die aus der Hypothese Maxwell's berechneten Wärmeleitungsconstanten der Gase durchaus zu groß, woraus schon Stefan schloß, daß die intramoleculare Bewegung sich nur in geringerem Maasse, als es von Maxwell vorausgesetzt wurde, an der Wärmeleitung theilnimmt. Die extremste Vorstellung in dieser Beziehung wäre die, daß die intramoleculare Bewegung gar nicht zur Wärmeleitung beiträgt, und diese nur durch die progressive Bewegung vermittelt wird. Unter dieser Voraussetzung würden sich die Gasmoecüle bei der Wärmeleitung wie einfache materielle Punkte verhalten. Der Werth der Wärmeleitungsconstante, welcher sich unter dieser Voraussetzung ergibt, ist daher identisch mit demjenigen, den ich in den weiteren Studien

für die Wärmeleitungsconstante von Gasen erhielt, deren Molecüle einfache materielle Punkte sind, und welcher in calorischem Maafse gemessen war:

$$C_{\text{prog}} = JC = \frac{5p^2 J}{4v^2 T A_2 k_1} + \frac{15p J \mu}{4v T} \quad (1).$$

Die Bedeutung der Buchstaben ist dieselbe, wie in den weiteren Studien. Wegen

$$(\gamma - 1) w = \frac{pJ}{vT} \quad (2)$$

findet man

$$C_{\text{prog}} = \frac{15(\gamma - 1) w \mu}{4} \quad (3).$$

Hiebei ist  $C_{\text{prog}}$  die in calorischem Maafse gemessene Wärmeleitungsconstante, welche sich unter der Hypothese ergibt, daß nur die Mittheilung der lebendigen Kraft der progressiven Bewegung die Wärmeleitung vermittelt. Bezeichnen wir mit  $C_{\text{total}}$  die Wärmeleitungsconstante, welche sich aus der oben detaillirten Hypothese Maxwell's ergibt, so findet man (vergl. Maxwell, *Phil. mag. Sér. IV, vol. 35* und meine weiteren Studien):

$$C_{\text{total}} = \frac{5}{2} w \mu.$$

Dabei ist  $\mu$  der Reibungscoefficient,  $w$  die Wärmecapacität bei constantem Volumen,  $\gamma$  das Verhältniß der beiden Wärmecapacitäten.

Für Luft bei 15° C. dürfte man am besten setzen

$$\mu = 0,00019 \frac{\text{Masse d. Gramm}}{\text{Cent. Sec.}}$$

(vergl. Kundt und Warburg, *Pogg. Ann. Bd. 155*),

$$w = 0,169, \lambda = 1,405$$

(vergl. Röntgen, *Pogg. Ann. Bd. 148*). ( $w$  ist eine reine Verhältnißzahl, nämlich der Quotient der Wärmemenge, welche man braucht, um eine Wassermenge um eine gewisse Anzahl von Graden zu erwärmen, in die Wärmemenge, die man braucht, um das gleiche Gewicht Luft um dieselbe Zahl von Graden zu erwärmen.)

Hieraus ergibt sich für Luft bei 15° C.

$$C_{\text{prog}} = 0,0000481, C_{\text{total}} = 0,0000803 \quad (4),$$

wogegen Stefan experimentell fand

$$C = 0,000055$$

(Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. LXV).

Um die relativen Wärmeleitungsvermögen verschiedener Gase zu vergleichen, ist es am besten die Formel (1) zu benutzen. Selbe zeigt, daß das Wärmeleitungsvermögen verschiedener Gase sich wie  $\frac{\mu}{\varrho}$  verhalte, wenn nur die Mittheilung der progressiven Bewegung die Leitung vermittelt, dagegen wie  $\frac{\mu}{(\gamma-1)\varrho}$  nach der Hypothese Maxwell's. Letzteres folgt aus Maxwell's Formel,  $\sigma$  ist die Dichte des Gases. Es wäre nicht empfehlenswerth, in der letzten Formel die direct experimentell gefundenen Werthe von  $(\gamma-1)$  zu substituiren, weil dieselben mit großer Unsicherheit behaftet sind. Am Besten ist es,  $\gamma-1$  mittelst der Formel (2) zu eliminiren, nach welcher die Werthe von  $\frac{1}{(\gamma-1)\varrho}$  für verschiedene Gase sich wie die von  $w$  verhalten. Die Werthe von  $\frac{1}{(\gamma-1)\varrho}$  verhalten sich also wie die von  $\mu\gamma$ . Bezeichnet man die specische Wärme bei constantem Drucke  $w'$ , so ist für Luft  $w' = 0,2374$ ,  $\gamma = 1,405$ , daher  $w' - w = 0,0684$ . Und da die Werthe von  $w' - w$  nach Formel (1) der Dichte verkehrt proportional sind, so ist für andere Gase

$$w' - w = \frac{0,0684}{\varrho'},$$

wobei  $\varrho'$  ihrer Dichte relativ gegen Luft ist. Man sieht also, daß das Endresultat folgendes ist: Nach der Hypothese Maxwell's müßten sich die Wärmeleitungsconstanten wie  $\mu \left( w' - \frac{0,0684}{\varrho'} \right)$  verhalten. Ich glaube, daß diese Methode der Berechnung zu den zuverlässigsten Zahlen führen dürfte. Uebrigens sind ja die Beobachtungen bisher noch so unsicher, daß eine andere Berechnungsmethode

jedenfalls zu keinen ins Gewicht fallenden Abweichungen Veranlassung geben würde.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Columne unter  $\Gamma_{total}$  die relativen Wärmeleitungsconstanten zu Luft unter Maxwell's Hypothese, also die Werthe von  $\mu$  ( $w' - \frac{0,0684}{\varrho'}$ ), dividirt durch den Werth dieses Ausdruckes für Luft; in der zweiten Columne unter  $\Gamma_{prog}$  die relativen Wärmeleitungsvermögen unter der Hypothese, daß nur die progressive Bewegung die Leitung vermittelt, also die relativen Werthe von  $\frac{\pi}{\varrho'}$ , in den übrigen die experimentell gefundenen relativen Wärmeleitungsconstanten.

	Theoretisch			Experimentell	
	$\Gamma_{total}$	$\Gamma_{prog}$	Stefan	Kundt	Winkelmann
Kohlensäure	0,854	0,550	0,642	0,590	0,609
Stickoxydul	0,897	0,547	0,665		0,691
Oelbildend. Gas	1,132	0,589	0,752		0,796
Kohlenoxyd	1,000	0,998	0,981		0,983
Luft	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Sauerstoff	1,025	1,000	1,018		1,018
Sumpfgas	1,715	1,110	1,372		1,246
Wasserstoff	6,987	7,020	6,718	7,100	6,331
Stickoxyd	0,969	0,939			0,886.

Die Zahlen der ersten Columne stimmen nicht ganz mit den von Stefan berechneten, was in meiner Berechnungsweise ihren Grund hat, die darauf hinausläuft, daß ich nicht die experimentellen, sondern die aus der Wärmecapacität bei constantem Drucke aus der Formel  $w' - w = \frac{pJ}{J\varrho}$  folgenden Werthe des Verhältnisses der Wärmecapacitäten zu Grunde legte. Doch sind die Abweichungen durchaus unwesentlich.

Die Zahlen, welche ich der Berechnung zu Grunde legte, sind also folgende:

	$w'$	$\varrho$	$\gamma$	$\mu$
Kohlensäure	0,2169	44	1,260	0,755
Stickoxydul	0,2262	44	1,248	0,752
Oelbildendes Gas	0,4040	28	1,211	0,516
Kohlenoxyd	0,2450	28	1,403	0,870
Luft	0,2374	28,8	1,405	0,899
Sauerstoff	0,2175	32	1,395	1,000
Sumpfgas	0,5929	16	1,262	0,555
Wasserstoff	3,4090	2	1,407	0,439
Stickoxyd	0,2317	30	1,396	0,878.

Man sieht, daß sowohl der Absolutwerth der Wärmeleitungsconstante der Luft, als auch die Relativwerthe der Wärmeleitungsconstanten der übrigen Gase zu der Luft, zwischen den beiden extremen Ansichten in der Mitte liegen, welche wir bisher der Rechnung zu Grunde legten.

Eine nähere Ueberlegung nun, daß der Ausdruck

$$\frac{2}{13} C_{total} + \frac{10}{13} C_{prog},$$

den wir mit  $C_{13}^3$  bezeichnen wollen, Werthe liefert, welche durchaus mit den experimentell gefundenen in guter Uebereinstimmung stehen. In Worten kann man dies etwa folgendermaassen ausdrücken: Wenn ein stationärer Wärmestrom durch eine cylindrische Gasmasse geht, so geht dabei von der lebendigen Kraft der intramolecularen Bewegung nur  $\frac{2}{13}$  mal so viel durch jeden Querschnitt hindurch, als von derselben hindurchginge, wenn nach der Hypothese Maxwell's das Verhältniß der intramolecularen zur progressiven lebendigen Kraft, welche sich zwei Molecule beim Stoffe durchschnittlich mittheilen, dasselbe wäre, wie das der im Gase vorhandenen intramolecularen zur im Gase vorhandenen progressiven lebendigen Kraft. Nach Formel (4) finden wir zunächst für Luft

$$C_{13}^3 = 0,0000555,$$

während Stefan experimentell fand

$$C = 0,0000558.$$

Um auch die relativen Wärmeleitungsconstanten möglichst leicht aus unserer Formel berechnen zu können,

stellen wir folgende Betrachtungen an. Mit Beibehaltung der früheren Bezeichnungen ist für irgend ein Gas

$$C_{13}^a = \frac{3}{13} C_{total} + \frac{10}{13} C_{prog} = \\ = \frac{3}{13} 0,0000803 \Gamma_{total} + \frac{10}{13} 0,0000481 \Gamma_{prog}$$

Daher ist die relative Wärmeleitungsconstante gegen Luft für dieses Gas

$$\Gamma_{13}^a = \frac{C_{13}^a}{C_{Luft}} = \frac{3}{13} \cdot \frac{0,0000803}{0,0000555} \Gamma_{total} + \frac{10}{13} \cdot \frac{0,0000404}{0,0000555} \Gamma_{prog}$$

oder sehr nahe

$$\Gamma_{13}^a = \frac{1}{3} \Gamma_{total} + \frac{2}{3} \Gamma_{prog}$$

Die nach dieser Formel berechneten Werthe der relativen Wärmeleitungsconstanten  $\Gamma$  sind in der folgenden Tabelle mit den beobachteten zusammengestellt.

	$\frac{2}{13}$ berechnet	beobachtet		
		Stefan	Kundt u. W.	Winkelmann
Kohlensäure	0,651	0,642	0,590	0,609
Stickoxydul	0,664	0,665		0,691
Oelbildendes Gas	0,770	0,752		0,796
Kohlenoxyd	0,999	0,981		0,983
Luft	1,000	1,000	1,000	1,000
Sauerstoff	1,009	1,018		1,084
Sumpfgas	1,312	1,372		1,246
Wasserstoff	7,009	6,718	7,100	6,331
Stickoxyd	0,949			0,886.

Bedenkt man, welche Unsicherheit dermalen noch den Beobachtungen anhaftet, so muß die Uebereinstimmung der berechneten und beobachteten Zahlen als eine sehr befriedigende bezeichnet werden.

Es bedarf wohl nicht der Erwähnung, daß damit noch nicht behauptet seyn soll, daß das Verhältniß des Betrages, den die intramoleculare Bewegung zur Wärmeleitung wirklich liefert, zu dem, welchen sie nach Maxwell's Hypothese liefern würde, für alle Gase genau den-

selben Werth haben müsse. Es kann seyn, daß sich bei weiterer Verfeinerung der Beobachtungen herausstellen wird, daß dieses Verhältniß für verschiedene Gase verschieden ist; nur so viel geht aus dem Vorhergehenden hervor, daß man den bisher vorliegenden Beobachtungen vollständig gerecht wird, wenn man dieses Verhältniß für alle Gase gleich  $\frac{3}{13}$  setzt.

Einige Worte, wie man sich diese geringe Theilnahme der intramolecularen Bewegung an der Wärmeleitung vorzustellen hat, dürfte hier noch am Platze seyn. Mit den beiden Größen  $C_{\text{total}}$  und  $C_{\text{reg}}$  können wir noch eine dritte vergleichen. Nehmen wir an, zwei Schichten eines Gas-cylinders vom Querschnitte 1 werden auf constanten Temperaturen z. B.  $0^\circ$  und  $100^\circ$  erhalten.

Machen wir folgende Hypothesen, welche ich Kürze halber die Hypothesen A nennen will:

1. Die Molecüle sollen sich bei den Zusammenstößen nur verschwindend wenig lebendige Kraft intramolecularer Bewegung mittheilen.

2. Die mittlere lebendige Kraft der progressiven und auch die der intramolecularen Bewegung der Molecüle habe in der Schicht von  $0^\circ$  denselben Werth, als ob das ganze Gas ruhend und in allen Theilen gleichförmig  $0^\circ$  hätte, in der Schicht von  $100^\circ$  aber denselben Werth, als ob das ganze Gas  $100^\circ$  hätte; dann würde schon in Folge Diffusion der Gasmolecüle durch jeden Querschnitt in der Zeiteinheit eine gewisse lebendige Kraft intramolecularer Bewegung getragen, welche folgendermaassen gefunden werden kann. In den weiteren Studien fand ich für den Fall der Diffusion, daß die Anzahl der Molecüle, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt 1 geht, den Werth

$$-Nu = \frac{pp_*}{A_1 k_{\text{reg}} (p + p_*)} \frac{dN}{dx} \dots (5)$$

besitzt. Nehmen wir an, wir hätten nur ein Gas, dessen Molecüle aber eine gewisse Eigenschaft, z. B. eine Elek-

trisirung besitzen, von der wir aber annehmen, daß sie die Molecularbewegung nicht alterirt. Die Elektrizitätsmenge auf einem Molecule von den Coordinaten  $xyz$  sey  $E = Ax + B$ , wobei  $A$  und  $B$  Constanten sind. Jetzt wird Elektrizität durch Diffusion durch die verschiedenen Querschnitte durchgeführt, und die Formel (5) liefert die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt 1 gehende Elektrizitätsmenge, wenn wir schreiben  $\frac{p}{q}$  für  $\frac{p_2}{q_2}$ ,  $p$  für  $p + p_2$ ,  $k_1$  für  $k$ ,  $N \frac{dE}{dx}$  für  $\frac{dN}{dx}$ . Diese Elektrizitätsmenge ist also

$$\frac{pN}{A_1 k_1 q^2} \frac{dE}{dx} \dots \dots (5a).$$

Wenn wir statt  $E$  die lebendige Kraft der intramolecularen Bewegung eines Molecüls setzen, so erhalten wir die lebendige Kraft intramolecularer Bewegung, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt 1 geht, und die wir mit  $H$  bezeichnen wollen. Sey  $l$  die mittlere lebendige Kraft der progressiven Bewegung eines Molecüls, so ist  $(\beta - 1)l = \frac{5-3\gamma}{3(\gamma-1)}l$  die der intramolecularen, daher

$$H = \frac{pN}{A_1 k_1 q^2} (\beta - 1) \frac{dl}{dx} \dots \dots (6).$$

Ferner ist, wenn  $B$  eine Constante bedeutet,

$$l = BT,$$

also

$$H = \frac{pN}{A_1 k_1 q^2} (\beta - 1) B \frac{dT}{dx}$$

und, da  $N$  die Molecülzahl in der Volumeinheit bedeutet,

$$p = \frac{Nmc^2}{3}$$

$$\frac{3}{2} p \cdot \frac{1}{Nm} \cdot m = l = BT = \frac{3}{2} \frac{p}{q} m,$$

woraus

$$B = \frac{3pm}{2qT}$$

und

$$H = \frac{3p^2 Nm}{2A_1 k_1 q^2 T} \frac{dT}{dx} = \frac{3p^2}{2A_1 k_1 q^2 T} (\beta - 1) \frac{dT}{dx}.$$

Multiplirt man diese Gröfse mit  $\frac{J}{dx}$  und addirt sie zu

$$C_{\text{prog}} = \frac{5}{4} \frac{p^3 J}{A_2 k_1 \varrho^3 T},$$

so erhält man die durch  $\frac{dT}{dx}$  dividirte Wärmemenge, welche unter der Hypothese  $A$  in der Zeiteinheit durch den Querschnitt 1 gehen würde, und welche wir mit  $C_{\text{diff}}$  bezeichnen wollen. Es ist also

$$C_{\text{diff}} - C_{\text{prog}} = \frac{3}{2} (\beta - 1) \frac{p^3 J}{A_1 k_1 \varrho^3 T},$$

wogegen

$$C_{\text{total}} - C_{\text{prog}} = \frac{5}{4} (\beta - 1) \frac{p^3 J}{A_2 k_1 \varrho^3 T}$$

ist.  $\beta - 1$  ist gleich  $\frac{5-3\gamma}{3(\gamma-1)}$ .  $A_1 = 2,6595$ ,  $A_2 = 1,3682$ .

Endlich hat man

$$C_{\frac{2}{13}} - C_{\text{prog}} = \frac{15}{4} \cdot \frac{\beta - 1}{13} \frac{p^3 J}{A_2 k_1 \varrho^3 T}.$$

Für Luft ist  $\beta = 1\frac{1}{3}$ , daher

$$C_{\text{diff}} - C_{\text{prog}} = 0,514 \frac{p^3 J}{A_2 k_1 \varrho^3 T}$$

$$C_{\text{total}} - C_{\text{prog}} = 0,833 \frac{p^3 J}{A_2 k_1 \varrho^3 T}$$

$$C_{\frac{2}{13}} - C_{\text{prog}} = 0,192 \frac{p^3 J}{A_2 k_1 \varrho^3 T}.$$

Man sieht also, dafs um Uebereinstimmung mit der Erfahrung zu erlangen, angenommen werden mufs, dafs die intramoleculare Bewegung noch weit weniger zur Wärmeleitung beiträgt, als sie nach der Hypothese  $A$  dazu beitragen würde. Daraus würde folgen, dafs, wenn eine Schicht einer cylindrischen Gasmasse constant bei einer Temperatur, z. B.  $0^\circ$ , die andere bei einer anderen, z. B.  $100^\circ$ , erhalten würde, die intramoleculare Bewegung nicht in der ersten Schicht so grofs wie in einer Gasmasse seyn könnte, die in allen Theilen  $0^\circ$  hat und auch nicht in der zweiten Schicht so grofs, wie in einer Gasmasse von  $100^\circ$ , sondern dafs die intramoleculare Bewegung in

allen Schichten weit näher einem Mittelwerthe stände, z. B. der in einem Gase herrschenden intramolecularen Bewegung, daß durchweg die Temperatur  $50^{\circ}$  hat. Es schiene sich also hienach die intramoleculare Bewegung nur langsam mit der progressiven auszugleichen. Hiebei ist aber noch eines zu bemerken. Da das Ausgleichsbestreben zwischen der lebendigen Kraft der progressiven und intramolecularen Bewegung umsomehr zur Wirksamkeit kommt, je dicker die Gasschicht ist, durch welche die Wärme geleitet wird, so könnte, wenn sich thatsächlich die intramoleculare Bewegung nur so wenig an der Wärmeleitung betheiligen würde, die Wärmeleitungsconstante nicht vollkommen unabhängig von der Dicke der leitenden Schicht herauskommen. Ein Versuch Stefan's scheint zwar die Unabhängigkeit der Wärmeleitungsconstante von der Dicke zu bestätigen, doch glaube ich, daß bei der Schwierigkeit der betreffenden Versuche noch weitere Experimente hierüber abzuwarten sind, und erlaube mir daher bloß, die Differentialgleichungen mitzutheilen, deren Gültigkeit mir für diesen Fall am wahrscheinlichsten scheint. Sey  $c$  die specifische Wärme der Gewichtseinheit des Gases bei constantem Volumen,  $T$  die absolute Temperatur in Celsius'schen Graden,  $p$  die progressive,  $i$  die intramoleculare lebendige Kraft in der Gewichtseinheit, alle übrigen Buchstaben haben dieselbe Bedeutung, wie im zweiten Abschnitte meiner weiteren Studien, dann ist

$$c dT = \beta J dp.$$

Die durch die Einheit des Querschnittes in der Zeiteinheit gehende progressive lebendige Kraft

$$\frac{C_{\text{prog}}}{J} \frac{dT}{dx} = \frac{C_{\text{prog}}}{J} \cdot \frac{\beta J dp}{e dx}.$$

Der Betrag der lebendigen Kraft, welche sich in der Zeiteinheit aus progressiver in innere Bewegung verwandelt, sey  $A [(\beta - 1) p - i]$ . Die in der Zeiteinheit durch die Einheit des Querschnittes gehende lebendige Kraft intramolecularer Bewegung aber ist nach Formel (5a)

$$\frac{pN}{A_1 k_1 q^2} (\beta - 1) \frac{dl}{dx},$$

oder da  $i = \frac{N}{q} (\beta - 1) l$ ,

$$\frac{p}{A_1 k_1 q} \frac{di}{dx}.$$

Daraus ergeben sich für die Veränderung von  $p$  und  $i$  leicht folgende partielle Differentialgleichungen:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\beta}{c q} C_{\text{proz}} \frac{d^2 p}{dx^2} + A [i - (\beta - 1) p],$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{p(1 + \lambda)}{A_1 k_1 q^2} \frac{d^2 i}{dx^2} + A [(\beta - 1) p - i].$$

Die Constante  $\lambda$  rührt daher, daß wir annehmen, daß sich bei den Zusammenstößen die stoßenden Molecüle auch etwas intramoleculare Bewegung mittheilen. Für eine feste Wand von der Temperatur  $T$  dürften etwa folgende Gränzbedingungen gelten:

$$\frac{dp}{dx} + ET - Fp - Gi = 0$$

$$\frac{di}{dx} + HT - Kp - Li = 0,$$

wo  $E, F, G, H, K, L$  Constanten sind, und zwar

$$F = E \frac{\beta J}{e} - G(\beta - 1), \quad K = H \frac{\beta J}{e} - L(\beta - 1).$$

Vielleicht genügt es aber  $\lambda = 0$  zu setzen, und als Gränzbedingungen

$$p = MT, \quad \frac{di}{dx} = 0$$

anzunehmen, wobei  $M$  wieder eine Constante ist.

Ich bemerke übrigens, daß alle diese Schlüsse wesentlich darauf basiren, daß zwei Molecüle während eines Zusammenstoßes in der von Maxwell (*Phil. mag.* 4. Ser. vol 35) vorausgesetzten Weise aufeinander wirken. Da für ein anderes Wirkungsgesetz die exacte numerische Berechnung bisher noch nicht gelungen ist, so läßt sich gegenwärtig nicht bestimmen, wie sich die Formeln für ein anderes Wirkungsgesetz gestalten würden. Doch ist sehr wohl möglich, daß dann die Wärmeleitungsconstante mit

einem anderen numerischen Factor behaftet erschiene, wodurch dann auch alle anderen Consequenzen wesentlich verändert werden.

Der Verf. publicirte gleichzeitig in der Wien. Akad. eine Abhandlung „über das Wärmegleichgewicht in Gasen, auf welche äußere Kräfte wirken“ worin er durch Rechnung nachwies, daß durch dieselben weder die Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Richtungen noch der verschiedenen Größen der Geschwindigkeiten, sondern bloß die Dichtigkeit in den verschiedenen Volumelementen beeinflusst wird.

---

VII. *Notiz zur Theorie der Interferenzerscheinungen;*  
*von O. Chwolson, Cand. Univ. Petrop.*

---

Die bei der Interferenz zweier Lichtstrahlen theoretisch abzuleitende Lichtstärke  $F$  ist bekanntlich eine einfach periodische Function des Phasenunterschiedes; die auf einander folgenden Maxima und Minima sind untereinander gleich. In Wirklichkeit zeigt es sich aber, daß mit wachsendem Phasenunterschiede die Maxima dunkler, die Minima heller werden, in Folge dessen die Deutlichkeit der Interferenzstreifen abnimmt und die ganze Erscheinung mehr und mehr verschwimmt. Die gewöhnliche Interferenzformel ist somit richtig nur bis zu einem Gangunterschiede von Einer Wellenlänge. Man kann aber für  $F$  eine Formel aufstellen, welche nicht nur die abwechselnden Maxima und Minima zeigt, sondern *auch die Veränderungen der Letzteren* bis zum Erlöschen der ganzen Erscheinung. Allerdings müßten nach dieser Formel bei weiter wachsendem Gangunterschiede die verschwundenen Streifen allmählich wieder hervortreten, was bisher

wenigstens nie beobachtet worden ist; trotzdem bietet die Formel eine grössere Annäherung an die Wirklichkeit als die gewöhnlich übliche, welche, wie erwähnt, bei einem Gangunterschiede von zwei Wellenlängen ein mit der Beobachtung nicht mehr völlig stimmendes Resultat giebt.

Da die Ursache des Widerspruches zwischen Rechnung und Beobachtung darin liegt, daß letztere von der Annahme *homogener* Strahlen ausgeht, so werden wir annehmen, daß wir nicht mit einzelnen, homogenen Strahlen, sondern mit Strahlencomplexen zu thun haben, in welchen Strahlen von allen möglichen Wellenlängen zwischen  $B - \tau$  und  $B + \tau$  enthalten sind. Hier ist  $B$  die Wellenlänge eines mittleren Strahles und  $\tau$  eine, im Vergleiche zu  $B$  sehr kleine GröÙe. Die Entfernung  $y$  des Theilchens von der Ruhelage zur Zeit  $t$  ist gleich

$$y = \sum a \sin \frac{2\pi t}{x},$$

wo  $x$  von  $B - \tau$  bis  $B + \tau$  variirt. Wir fassen nun die Strahlen paarweise zusammen, so daß in jedem Paar der Unterschied in den Wellenlängen gerade  $\tau$  beträgt und nehmen an, daß die Paare unter einander identisch seyen.

Wir ziehen also die Unhomogenität des Strahles wohl in Betracht, vernachlässigen aber den Umstand, daß die Wellenlängen in den verschiedenen Strahlenpaaren unter einander wieder ein wenig verschieden seyn werden. Vernachlässigen wir hierbei  $\tau$  im Vergleiche zu  $B$ , so erhalten wir, wenn  $\frac{B}{\tau} = r$  (eine sehr große Zahl) gesetzt wird

$$y = A \cos \frac{\pi t}{Br} \sin 2\pi \frac{t}{B} \dots (1);$$

hier ist  $A$  die Amplitude für den Fall von homogenem Licht. Wir erhalten somit eine Schwingung mit der veränderlichen Amplitude

$$S = A \cos \frac{\pi t}{Br} \dots (2),$$

die zwischen Null und  $A$  schwankt. Von einem Maximum der Amplitude bis zur nächsten vergeht die Zeit  $Br$ ; es

finden also  $r$  Schwingungen statt, deren Gesamtheit wir eine *Schwebung* nennen werden. Die Lichtstärke  $F$  ist proportional dem Quadrat der größten Amplitude, also kurz

$$F = A^2 \quad (3).$$

Betrachten wir nun die bei der Interferenz zweier solcher Büschel sich zeigenden Erscheinungen. Es seyen  $x$  und  $x'$  die von den beiden Strahlen durchlaufenen Wege, dann sind deren Gleichungen

$$Y = A \cos \frac{\pi}{r} \left( \frac{t}{B} - \frac{x}{\lambda} \right) \sin 2\pi \left( \frac{t}{B} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

und

$$Y' = A \cos \frac{\pi}{r} \left( \frac{t}{B} - \frac{x'}{\lambda} \right) \sin 2\pi \left( \frac{t}{B} - \frac{x'}{\lambda} \right),$$

wenn  $\lambda$  die Wellenlänge des mittleren Strahls bedeutet;  $x - x'$  ist der Gangunterschied. Setzt man

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi}{r} \left( \frac{t}{B} - \frac{x}{\lambda} \right) &= \alpha \\ 2\pi \frac{x - x'}{\lambda} &= \delta \end{aligned} \right\} \quad (4),$$

so erhält man für die Amplitude  $S$  der resultirenden Schwingung unsere Hauptformel

$$S^2 = A^2 \left\{ \cos^2 \alpha + \cos^2 \left( \alpha + \frac{\delta}{2r} \right) + 2 \cos \alpha \cos \left( \alpha + \frac{\delta}{2r} \right) \cos \delta \right\} \quad (5),$$

wo  $\alpha$  von der Zeit und  $\delta$  vom Gangunterschiede abhängt. Setzt man  $r = \infty$ , so ist  $\alpha = 0$  und man erhält die gewöhnliche Interferenzformel. Es ist nun  $S$  an verschiedenen Punkten, d. h. bei verschiedenen  $\delta$  näher zu untersuchen.

I. Es sey  $x - x' = n\lambda$ , also  $\delta = 2n\pi$ . In diesen Punkten giebt die gewöhnliche Theorie ein von  $n$  unabhängiges Maximum der Lichtstärke gleich  $4A^2$ . Die Formel (5) aber giebt die Amplitude

$$S_1 = A \left[ \cos \frac{\pi}{r} \left( \frac{t}{B} - \frac{x}{\lambda} \right) + \cos \frac{\pi}{r} \left( \frac{t}{B} - \frac{x'}{\lambda} \right) \right]$$

oder

$$S_1 = 2A \cos \frac{n\pi}{2r} \cdot \cos \frac{\pi}{r} \left( \frac{t}{B} - \frac{x' + x}{2\lambda} \right).$$

Diese Formel entspricht dem Ausdruck (2), nur daß statt  $A$  wieder ein Product steht.  $S_1$  schwankt zwischen Null und  $2A \cos \frac{n\pi}{2r}$ ; die Lichtstärke  $F_1$  ist also gleich

$$F_1 = 4A^2 \cos^2 \frac{n\pi}{2r};$$

sie ist also von  $n$  abhängig und sinkt mit wachsendem  $n$ .

II. Es sey  $x - x' = \frac{2n+1}{2} \lambda$ , also  $\delta = (2n+1)\pi$ . Auf demselben Wege erhalten wir für die Lichtstärke:

$$F_2 = 4A^2 \sin^2 \frac{(2n+1)\pi}{4r},$$

welche mit  $n$  wächst.

Ehe wir zur Untersuchung der Lichtstärken für beliebige Gangunterschiede  $x - x'$  übergehen, wollen wir beweisen, daß sich die Maxima und Minima nicht etwa *verschoben* haben, daß die Lichtstärke nirgends Null seyn kann. Die Bedingung  $S = 0$  kann nämlich auf die Form

$$\left\{ \frac{\cos \alpha - \cos \left( \alpha + \frac{\delta}{2r} \right)}{2 \cos \frac{\delta}{2}} \right\}^2 = - \cos \alpha \cos \left( \alpha + \frac{\delta}{2r} \right) \quad (2)$$

gebracht werden, welche, da die linke Seite *positiv* ist, für jedes  $\alpha$  nur bei  $\delta = 2r\pi$  d. h. bei  $x - x' = r\lambda$  erfüllt seyn kann. Innerhalb der ersten  $r$  Streifen, wo  $r$  eine außerordentlich große Zahl ist, kann somit die Lichtstärke nirgend Null seyn.

Um nun  $S$  für beliebiges  $\delta$  zu untersuchen, stellen wir die Gleichung  $\frac{\partial(S^2)}{\partial \alpha} = 0$  auf, welche die Form hat:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha - 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2r} = 1.$$

Ihre Wurzeln sind

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{\delta}{4r}, \\ \alpha_2 &= \frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{4r} \end{aligned} \right\} (6).$$

Dies in (5) eingesetzt ergibt für beliebiges  $\delta$  das Maximum und Minimum der Amplitude:

$$\left. \begin{aligned} S_1' &= 2A \cos \frac{\delta}{4r} \cos \frac{\delta}{2} \\ S_2' &= 2A \sin \frac{\delta}{4r} \sin \frac{\delta}{2} \end{aligned} \right\} (7).$$

Setzt man aber die (6) in den zweiten Differentialquotienten von  $S$  nach  $\alpha$  ein, so erhält man die zwei Ausdrücke

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &= -4 \left( \cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r} \right) \\ \Omega_2 &= +4 \left( \cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r} \right) \end{aligned} \right\} (8).$$

Dies zeigt, daß

- 1) in denjenigen Punkten, in welchen  $\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r} > 0$ , ist das Maximum der Amplitude durch  $S_1'$ , das Minimum durch  $S_2'$  ausgedrückt; folglich ist die Lichtstärke gleich

$$F_1' = 4A^2 \cos^2 \frac{\delta}{4r} \cos^2 \frac{\delta}{2} \dots (9);$$

- 2) in denjenigen Punkten, in welchen  $\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r} < 0$ , ist das Maximum durch  $S_2'$ , das Minimum durch  $S_1'$  ausgedrückt; folglich ist die Lichtstärke gleich

$$F_2' = 4A^2 \sin^2 \frac{\delta}{4r} \sin^2 \frac{\delta}{2} \dots (10).$$

Längs der Curve, welche die Interferenzstreifen senkrecht durchschneidet, ändert sich  $\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r}$  beständig und wird bald positiv, bald negativ, so daß man für die Lichtstärke bald (9), bald (10) zu gebrauchen hätte. Ehe wir zur Wegschaffung dieses Uebelstandes gehen, wollen wir eine interessante Punktreihe betrachten, nämlich diejenige, für welche

$$\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r} = 0 \dots (11)$$

ist. Die Wurzeln von (11) sind

$$\delta_0 = \left. \begin{aligned} (2n+1)\pi \frac{2r}{2r+1}, \\ (2n+1)\pi \frac{2r}{2r-1} \end{aligned} \right\} \quad (12),$$

wo  $n$  eine beliebige ganze Zahl ist. Ich nenne jene Punkte Aequivalenzpunkte. Sie liegen, wie (12) zeigt, paarweise zu beiden Seiten der sub II betrachteten Punkte, für welche  $\delta = (2n+1)\pi$ , also  $\lambda = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ . Die Entfernung  $A$  der beiden Punkte eines solchen Paares wird ausgedrückt durch

$$A = 4\pi \frac{2n-1}{r},$$

sie wächst also mit  $n$ .

Um zu bestimmen, welche Bewegung in den Aequivalenzpunkten stattfindet, haben wir in (7) zu setzen  $\delta = \delta_0$ , und  $\cos \delta_0 = -\cos \frac{\delta_0}{2r}$ . Dies giebt

$$\begin{aligned} S_1' &= 2A \cos \frac{\delta_0}{4r} \cos \frac{\delta_0}{2} = A \sqrt{(1 + \cos \frac{\delta_0}{2r})(1 + \cos \delta_0)} \\ &= A \sqrt{(1 + \cos \frac{\delta_0}{2r})(1 - \cos \frac{\delta_0}{2r})} = A \sin \frac{\delta_0}{2r} \end{aligned}$$

und ebenso

$$S_2' = A \sin \frac{\delta_0}{2r}$$

d. h. also

$$S_1' = S_2' = A \sin \frac{\delta_0}{2r}.$$

Das Maximum der Amplitude ist gleich ihrem Minimum, es findet also in den Aequivalenzpunkten eine Schwingung statt mit constanter Amplitude, als hätten wir nicht zwei interferirende unhomogene Strahlencomplexe, sondern einen homogenen Strahl, von der Intensität

$$A^2 \sin^2 \frac{\delta_0}{2r} = A^2 \sin^2 \frac{2n+1}{2r-1} \pi.$$

Die Formeln (9) und (10) können leicht in eine zusammengefaßt werden, wenn man mit abs. bezeichnet, daß der Ausdruck, vor welchem diese Buchstaben stehen, seinem absoluten Werthe nach, unabhängig vom Vorzeichen,

genommen werden soll. (9) und (10) lassen sich leicht in die Form:

$$F_1' = A^2 \left[ 1 + \cos \frac{\delta}{2r} \cos \delta + (\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r}) \right],$$

$$F_2' = A^2 \left[ 1 + \cos \frac{\delta}{2r} \cos \delta - (\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r}) \right]$$

bringen.

Die erste Formel giebt uns die Lichtstärke, wenn  $\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r} > 0$ , die zweite wenn  $\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r} < 0$  ist. Beide Formeln können somit durch den allgemeinen Ausdruck

$$F = A^2 \left[ 1 + \cos \frac{\delta}{2r} \cos \delta + \text{abs.} (\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r}) \right]$$

ersetzt werden, welcher uns die Lichtstärke für beliebige  $\delta$  giebt.

Durch dieselben Betrachtungen erhalten wir aus (7) die allgemeinen Formeln für das Maximum der Amplitude

$$S_1 = A \sqrt{1 + \cos \frac{\delta}{2r} \cos \delta + \text{abs.} (\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r})} \quad (14)$$

und für das Minimum

$$S_2 = A \sqrt{1 + \cos \frac{\delta}{2r} \cos \delta - \text{abs.} (\cos \delta + \cos \frac{\delta}{2r})} \quad (15),$$

als Functionen von  $\delta$ .

Wenn also zwei Strahlencomplexe, in deren jedem die Amplitude von Null bis  $A$  sich verändert, interferiren, so erhalten wir eine Schwingung mit einer Amplitude, die zwischen einem Maximum  $S_1$  und einem Minimum  $S_2$  sich verändert, welche ihrerseits Functionen des Gangunterschiedes sind. Das Minimum  $S_2$  ist Null in denjenigen Punkten, in welchen der Gangunterschied gleich  $n \frac{\lambda}{2}$  ist, wo  $n$  eine ganze Zahl; in diesen Punkten hat also die Schwingung denselben Charakter, wie bei nur Einem Strahlencomplexe. Andererseits existirt eine Punktreihe, für welche  $S_1 = S_2$ , die Amplitude constant ist, die Schwingung also denselben Cha-

akter hat wie bei einem homogenen Strahle. Diese Punkte werden definirt durch den Gangunterschied

$$x - x' = \frac{2n+1}{2r \pm 1} r \lambda.$$

Die gesuchte allgemeine Formel für die Lichtstärke als die Function des Gangunterschiedes ist gefunden in (13).

Eine einfache Untersuchung der Gröfse  $\frac{\partial F}{\partial d}$  zeigt nun, daß mit Vernachlässigung äußerst kleiner Gröfsen Maximum und Minimum der Lichtstärken auch jetzt in den sub I und II betrachteten Punkten liegen werden, in welchen wir

$$F_1 = 4 A^2 \cos^2 \frac{n\pi}{2r}$$

$$F_2 = 4 A^2 \sin^2 \frac{n\pi}{2r}$$

gefunden haben. Bei  $n = \frac{r}{2}$  wird  $F_1 = F_2$ , die Interferenzstreifen verschwinden total.

St. Petersburg den  $\frac{1}{16}$  Dec. 1875.

### VIII. Ueber die Tiefe der Bilder bei optischen Apparaten; von Dr. Hugo Krüfs in Hamburg.

(Vom Verfasser aus der Zeitschrift des Akademischen Vereins der Polytechniker zu Hannover<sup>1)</sup> mitgetheilt.)

Vor Kurzem veröffentlichte ich unter dem obigen Titel eine Arbeit über ein Thema der Dioptrik, welchem bisher noch wenig Beachtung geschenkt wurde. In einem Aufsatz „Das Prüfen und Wählen der Photographen-Objectiv“ von Dr. Adolph Steinheil<sup>2)</sup> findet sich eine Discussion dieses Gegenstandes, soweit derselbe in dem vorliegenden Falle in Betracht kam; die mathematischen

1) Helwing'sche Hofbuchhandlung, Hannover.

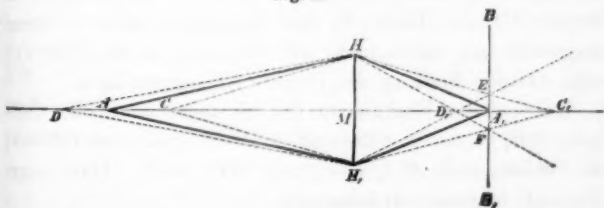
2) Photographische Correspondenz No. 57, März 1869, S. 59.

Entwicklungen, an welche sich die Schlußfolgerungen knüpfen, sind jedoch, als für den Zweck nicht erforderlich, an jener Stelle fortgelassen. Die Tabelle, aus deren Daten Steinheil die Gesetze über die Abhängigkeit der Tiefe von den Elementen eines optischen Systems ableitet, ist aber wohl nach ähnlichen Formeln berechnet wie die folgenden.

Man sagt, ein Apparat liefert tiefe Bilder, wenn er von ungleich weit entfernten Objecten in derselben Ebene gleichzeitig deutliche Bilder zu erzeugen vermag. Es ist klar, daß eine Tiefe der Bilder unmöglich ist, wenn absolut scharfe Bilder verlangt werden. Diese Forderung wird aber nie gestellt, es genügt, wenn die Bilder so deutlich sind, daß ihre Undeutlichkeit von einem normalen Auge nicht mehr erkannt wird.

Es sey nun in Fig. 1 das brechende System, gleichviel welcher Art dasselbe sey, mag es aus einer einzigen Linse bestehen, mag es ein achromatisches Objectiv oder mag es vielfach zusammengesetzt seyn, wie ein photographischer Apparat, nur dargestellt durch die gerade

Fig. 1.



Linie  $HH_1$ , welche man sich als Durchschnitt einer Hauptpunktsebene mit der Ebene der Zeichnung vorstellen kann. Die Oeffnung des Systems sey dargestellt durch die Länge der Linie  $HH_1$ , und die auf der Mitte derselben senkrecht stehende Gerade  $AA_1$  sey die optische Axe des Systems. Das Bild des Axenpunktes  $A$  liege in  $A_1$ , d. h. alle Strahlen ( $AH$  bis  $AH_1$ ), welche von  $A$  aus auf das System fallen, sollen sich in  $A_1$  wieder vereinigen; es wird also ein vollkommen fehlerfreier optischer Apparat

vorausgesetzt. Die Bilder aller Punkte der Axe, welche näher oder weiter entfernt liegen als  $A$ , werden nun nicht in die durch den Bildpunkt  $A_1$  zur Axe senkrecht gelegte Ebene  $BB_1$  fallen können, sie werden weiter oder näher zur Linse liegen als  $A_1$ . Durch die Unfähigkeit des Auges, einen kleinen Kreis von einem Punkte zu unterscheiden, oder vielmehr durch seine Fähigkeit, einen Kreis von bestimmtem kleinen Durchmesser noch als Punkt zu sehen, ist es aber möglich, daß das betrachtende Auge die Bilder der Punkte  $C$  und  $D$ , welche eigentlich in  $C_1$  und  $D_1$  liegen, in der Ebene des Bildes  $A_1$  ebenso deutlich eingestellt sieht wie  $A_1$  selbst. Es ist hierzu nur erforderlich, daß die von  $C$  resp. von  $D$  kommenden Strahlen, welche sich nach der Brechung in  $C_1$  resp. in  $D_1$  wieder vereinigen, in der Ebene  $BB_1$  Zerstreuungskreise bilden, deren Durchmesser so klein ist, daß sie vom einstellenden Auge als Punkte wahrgenommen werden.

Nimmt man an, daß  $EF$  gleich dem Maximum ( $d$ ) dieses Durchmessers seyn soll, so findet man daraus leicht die demselben entsprechenden Bildpunkte  $C_1$  und  $D_1$  und die zugehörigen Objectpunkte  $C$  und  $D$ . Es ist dann die Strecke  $CD$  die Tiefe ( $T$ ) des Apparates, wenn  $A$  streng eingestellt ist, wobei man  $AC$  die Tiefe in die Nähe ( $t_n$ ) und  $AD$  die Tiefe in die Ferne ( $t_f$ ) nennen kann.

Es sey die Brennweite des Systems  $= p$ , die Öffnung  $HH_1 = o$ , die Objectabstände  $AM = a$  und  $CM = a'$ , die Bildabstände  $MA_1 = a_1$  und  $MC_1 = a'_1$ . Dann ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1} = \frac{1}{p} \\ 2) \quad \frac{1}{a'} + \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{p} \\ 3) \quad \frac{a'_1 - a_1}{d} = \frac{a'_1}{o} \end{array} \right.$$

Die ersten beiden Gleichungen stellen die allgemein bekannte Beziehung dar zwischen der Brennweite des Systems und zwei conjugirten Vereinigungsweiten; die dritte

Gleichung ergibt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke  $HC_1H_1$  und  $EC_1F$ .

Aus diesen drei Gleichungen findet sich die Tiefe in die Nähe, d. i. die Differenz  $a - a'$  mit Leichtigkeit:

$$t_n = \frac{ad(a-p)}{op + d(a-p)}.$$

Auf die analoge Weise ergibt sich die Tiefe in die Ferne:

$$t_f = \frac{ad(a-p)}{op - d(a-p)}$$

und die Gesamttiefe des Apparates:

$$T = \frac{2aopd(a-p)}{o^2p^2 - d^2(a-p)^2}.$$

Aus der Betrachtung dieser Formel gehen alle Gesetze über den Zusammenhang der Tiefe und der Elemente des Systems hervor, welche Steinheil aus seinen Beispielen ableitet. Vernachlässigt man die Gröfse  $d^2(a-p)^2$ , welche im Verhältniſs zu den übrigen immer sehr klein ist, so erlangt man die einfachere Formel

$$T = \frac{2a(a-p)d}{op}.$$

Hieraus folgt, daß die *Tiefe der Bilder* eines Apparates *proportional* ist der Gröfse  $d$ , d. i. dem Maximaldurchmesser des noch als Punkt wahrgenommenen Zerstreuungskreises. Ferner ist sie *proportional dem Producte*  $a(a-p)$  oder dem Producte aus der Entfernung des Objectes und der Differenz dieser Entfernung und der Brennweite. Ist  $a$  sehr groß im Vergleich zu  $p$ , so kann man die Tiefe als proportional dem Quadrate der Entfernung des Objectes annehmen. Endlich ist die Tiefe bei gleichem Objectabstand *umgekehrt proportional der wirksamen Oeffnung des Systems* und *nahezu umgekehrt proportional der Brennweite* desselben.

Hier scheine ich in directem Widerspruch mit Steinheil zu stehen, denn Steinheil sagt<sup>1)</sup>: „Hieraus folgt, daß die Tiefe der Bilder von der Helligkeit und vom

1) l. c. S. 64.

Größenverhältniß zwischen Object und Bild, *aber nicht von der Brennweite des Objectives abhängig ist*“. Diese Bemerkung Steinheil's gründet sich jedoch auf der Voraussetzung, daß die Helligkeit und das Größenverhältniß zwischen Object und Bild nicht geändert werde, denn die Beispiele, aus deren Vergleich er seinen Schluß ableitet, beziehen sich auf verschiedene Brennweiten des Systems bei derselben Helligkeit und derselben Vergrößerung. In demselben Verhältniß, in welchem nun die Brennweiten in den verschiedenen Fällen zu einander stehen, in demselben Verhältniß stehen demnach die Oeffnungen (gleiche Helligkeit) und die Objectabstände (gleiche Vergrößerung) und da die Tiefe umgekehrt proportional ist der Oeffnung und der Brennweite, aber gerade proportional dem Quadrate des Objectabstandes, so muß in den von Steinheil derartig zusammengestellten Fällen die Tiefe unverändert bleiben.

Zur Veranschaulichung der angeführten Verhältnisse möge folgende Zusammenstellung dienen, welche derjenigen Steinheil's sehr ähnlich ist.

$p$	$o$	$a$	$d$	$t_1$	$t_2$	$T$
100	20	1700	0,02	26,7	27,6	54,3
200	20	1700	0,02	12,4	12,9	25,3
100	10	1700	0,02	52,7	56,2	108,9
100	20	3400	0,02	108,6	119,1	227,7
100	20	1700	0,04	52,7	56,2	108,9

Die geringen Abweichungen der in dieser Tabelle enthaltenen Werthe von der oben abgeleiteten Proportionalität rühren her von der Berücksichtigung des vorher vernachlässigten Gliedes im Nenner von  $T$ . Die Tiefe in die Ferne ist immer etwas größer als die Tiefe in die Nähe, da der Nenner von  $t_2$  um  $2d(a - p)$  kleiner ist als derjenige von  $t_1$ .

Bisher war ein vollkommen fehlerfreier optischer Apparat vorausgesetzt. Es ist leicht ersichtlich, daß die Tiefe der Bilder durch die Fehler des Apparates vermin-

gert w  
gewöhn  
des B  
aus de  
loren.

Ein  
der ob  
ist die  
für jed  
kung e  
licher  
fernung

Vol  
vorgeh  
einen  
die Fo

Zur  
die Gr  
nehmer  
nach I  
schem  
der Pu  
eines  
messer  
menen

1) H.  
S.  
2) J.  
buc  
Pogge

gert wird. Wenn z. B. das Bild nicht eben ist, so wird gewöhnlich eine mittlere Einstellung zwischen der Mitte des Bildes und seinem Rande gewählt, diese Verrückung aus dem scharfen Bilde geht natürlich an der Tiefe verloren.

Ein ganz besonderes Interesse verdient die Anwendung der obigen Erörterungen auf das menschliche Auge. Hier ist die Sache jedoch etwas verwickelter, da das Auge für jede Entfernung des Objectes accommodirt; seine Wirkung entspricht demgemäß einem System von veränderlicher Brennweite  $p_1$ , welche abhängig ist von der Entfernung  $a$ , für welche accommodirt wird. Es ist nämlich

$$p_1 = \frac{ap}{a+p}.$$

Vollzieht man noch einige aus dieser Betrachtung hervorgehende Aenderungen, so erlangt man für das auf einen Punkt in der Entfernung  $a$  accommodirende Auge die Formeln

$$t_a = \frac{a^2 d}{op + ad}$$

$$t_r = \frac{a^2 d}{op - ad}$$

$$T = \frac{2a^2 dop}{o^2 p^2 - a^2 d^2}.$$

Zum Zwecke einiger Beispiele ist es nothwendig, für die Größen  $d$ ,  $o$  und  $p$  bestimmte Zahlenwerthe anzunehmen. Die hintere Brennweite  $p$  des Auges beträgt nach Helmholtz<sup>1)</sup> 19,875<sup>mm</sup>, in Listing's<sup>2)</sup> schematischem Auge ist sie zu 20,0746<sup>mm</sup> angenommen. Die Oeffnung  $o$  der Pupille ist sehr veränderlich, man kann sie zum Zwecke eines Beispiels gleich  $\frac{1}{6}p$  annehmen. Den Maximaldurchmesser des noch als Punkt auf der Netzhaut wahrgenommenen Zerstreuungskreises hat man übereinstimmend ge-

1) H. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik, Leipzig 1867, S. 111.

2) J. B. Listing, Dioptrik des Auges in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie IV, 1854, S. 451.

funden mit dem Durchmesser der Zapfen der Netzhaut und für diesen haben verschiedene Forscher Werthe von  $0,0034^{\text{mm}}$  bis  $0,0068^{\text{mm}}$  ermittelt. Es sey deshalb angenommen

$$p = 20^{\text{mm}}$$

$$o = 3\frac{1}{3}^{\text{mm}}$$

$$d = 0,0050.$$

Dann wird

$a$	$t_s$	$t_r$	$T$
$25^{\text{cm}}$	$4,61^{\text{mm}}$	$4,77^{\text{mm}}$	$9,38^{\text{mm}}$
$40^{\text{cm}}$	$11,68^{\text{mm}}$	$12,33^{\text{mm}}$	$24,02^{\text{mm}}$
$100^{\text{cm}}$	$70,26^{\text{mm}}$	$80,43^{\text{mm}}$	$150,69^{\text{mm}}$
$\infty$			— 26,66 Meter.

Der Werth von  $T$  für  $a = \infty$  hat eine etwas andere Bedeutung als diejenige, welche bisher der Tiefe beigelegt wurde. Es wird dadurch die Länge einer Strecke bezeichnet, deren Endpunkte je um  $13\frac{1}{3}^{\text{mm}}$  vor oder hinter der Netzhaut liegen, d. h. Strahlen, welche aus einem Punkte kommen, der um  $13\frac{1}{3}^{\text{mm}}$  vor dem Auge liegt, oder welche auf einen Punkt zielen, welcher um ebenso viel hinter demselben liegt, bilden auf der Netzhaut einen Zerstreuungskreis, der noch als Punkt erkannt wird. Es geht hieraus hervor, daß das Auge keinerlei Accommodationsanstrengungen zu machen braucht, wenn die gesehenen Gegenstände mehr als  $13\frac{1}{3}^{\text{m}}$  entfernt sind; wenn man meilenweit entfernte Gebirge deutlich sieht, so bildet sich *zugleich* ein Gegenstand, welcher nur  $13\frac{1}{3}^{\text{m}}$  entfernt ist (sowie alle dazwischen liegende Gegenstände), auf der Netzhaut deutlich ab.

IX. *Neue constructive Bestimmung von Bild- und Gegenstandsweite bei sphärischen Linsen;*  
*von C. Bender.*

Die bekannte Gleichung für biconvexe Linsen ist:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \dots \quad (1),$$

wenn  $f$  die Brennweite,  $a$  die Gegenstandsweite und  $b$  die Bildweite bedeutet.

Wir werden in Nachfolgendem eine ähnliche Gleichung entwickeln, welche uns zu einer neuen constructiven Methode führt.

Es sey Fig. 1 ein Dreieck mit den Seiten  $c$  und  $d$  und den von diesen Seiten eingeschlossenen Winkel  $\varphi$  gegeben. Man ziehe in diesem Dreieck eine beliebige Transversale  $f$ , wodurch der Winkel  $\varphi$  in die beiden Theile  $\mu$  und  $\nu$  getheilt werde. Es gilt nun die Gleichung

$$cd \sin \varphi = f (c \sin \nu + d \sin \mu)$$

oder

$$\frac{1}{f} = \frac{\sin \nu}{d \sin \varphi} + \frac{\sin \mu}{c \sin \varphi} \quad \dots \quad (2).$$

Setzen wir nun:

$$\frac{\sin \nu}{d \sin \varphi} = \frac{1}{a}; \quad \frac{\sin \mu}{c \sin \varphi} = \frac{1}{b}$$

oder

$$\frac{a}{d} = \frac{\sin \varphi}{\sin \nu}; \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin \varphi}{\sin \mu} \quad \dots \quad (3),$$

so gestatten uns diese Gleichungen (3) folgendes auszusprechen:

Sind  $c$  und  $d$  zwei beliebige Seiten eines Dreiecks,  $\varphi$  der von ihnen eingeschlossene Winkel, ist  $f$  die GröÙe



zu  $d$  von dem Endpunkte des  $c$  aus schneidet auf der Gegenstandsweite die gesuchte Bildweite ab.

Diese Construction ist allgemein gültig, man hat nur für  $d$  je nach der Gröfse der gegebenen Gegenstandsweite andere Werthe zu nehmen.

So lange  $a > f$  kann  $d > f$ ,

wenn  $a = f$  muß  $d = f$ ,

wenn  $a < f$  muß  $d < f$

gewählt werden.

Aus Fig. 2 folgt:

$$(af + fo) \cos \nu = d \cotg \nu,$$

woraus

$$af = \frac{d}{\sin \nu} - fo,$$

andererseits erhalten wir aus ähnlichen Dreiecken:

$$\frac{d}{of} = \frac{(of + fb) \sin \nu}{fb}.$$

Durch Substitution entsteht:

$$fb \cdot fa = fo^2 \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

eine Relation, welche zuerst von J. Müller<sup>1)</sup> angegeben wurde.

Lassen wir den Gegenstand (Lichtpunkt) aus dem Unendlichen kommen und sich dabei auf einer Parallelen zu dem Schenkel  $c$  in dem Abstände  $d$  bewegen, so beschreibt der Bildpunkt eine krumme Linie, welche ausgedrückt ist durch die Gleichung:

$$\frac{x^2}{f^2} + y^2 \left( \frac{1}{f^2} - \frac{1}{d^2} \right) - \frac{2y}{d} = b,$$

wobei der Anfangspunkt der Coordinaten in dem Punkte  $o$  liegt und  $d$  zur  $Y$ -Axe,  $c$  zur  $X$ -Axe gewählt wurde. Wir erhalten nun für

$d > f$  eine Ellipse,

$d = f$  eine Parabel,

$d < f$  eine Hyperbel.

1) Pogg. Ann. Jubelband S. 460.

Wir haben in unserer Figur den ersten dieser drei Fälle gezeichnet. Die halbe große Axe der Ellipse ist  $\frac{d^2 f}{d^2 - f^2}$  und die halbe kleine Axe  $\frac{df}{\sqrt{d^2 - f^2}}$ . Beide Ausdrücke sind leicht construierbar. Obige Gleichung (6) ist die Gleichung eines Kegelschnittes, auf den Brennpunkt bezogen. Der Punkt  $o$  ist also der Brennpunkt des betreffenden Kegelschnitts.

Betrachtungen dieser Art zeigen deutlich die Zusammengehörigkeit der drei Kegelschnittslinien, welche hier nach denselben constructiven Methoden erhalten werden. Sie gewähren weiter den Vortheil, zu analytisch geometrischen Aufgaben zu führen, welche sich *a priori* wohl kaum aufstellen lassen. So können wir hier folgenden Satz aufstellen:

Zieht man von dem Brennpunkt  $o$  eines Kegelschnitts einen beliebigen Radiusvector  $ob$ , projicirt denselben auf den verlängerten Parameter der Curve und verbindet den Endpunkt der Projection mit einem festen Punkte  $p$  der Hauptaxe, so ist der geometrische Ort des Schnittpunktes dieser Geraden  $pc$  mit dem Radiusvector  $ob$  ein Kreis, dessen Mittelpunkt im Brennpunkt liegt und dessen Radius gleich dem Parameter ist.

---

**X. Berichtigung betreffend die angebliche Vortüchtigkeit des Ebonits an Stelle des Glases bei Influenzmaschinen; von W. Holtz.**

---

Obwohl ich nur wenig Gewicht auf die Priorität einer Abänderung lege, welche sich nach den darüber angestellten Versuchen im Allgemeinen als wenig practisch erwiesen hat, so fühle ich mich doch durch die Art und

Weise, in welcher Hr. Mechaniker Schlosser in Königsberg die Benutzung von Ebonit an Stelle der Glasscheiben bei Influenzmaschinen als sein Verdienst reclamirt, veranlaßt, eine kleine Berichtigung eintreten zu lassen.

Bereits im Februar 1867 wanderte eine kleine von mir ausgedachte und von Hrn. Borchardt ausgeführte Cylinder-Influenzmaschine nach Paris, welche der Hauptsache nach aus einem festen und einem um diesen rotirenden Ebonitcylinder bestand. Diese Maschine wurde nebst verschiedenen anderen von Hrn. Borchardt auf der damaligen Weltausstellung ausgestellten Influenzmaschinen mit einem Preise bedacht, und sie findet sich in dem österreichischen Ausstellungsbericht (Klasse 10 bis 23, S. 139) des Hrn. Dr. Pisko ausführlich beschrieben. Man wird mir wohl einräumen, daß ich die schwierige Ausführung dieser Maschine nicht unternehmen ließ, ohne über die elektromotorische Wirkung von Ebonitscheiben bereits vollständig orientirt zu seyn. Schon damals jedoch zeigte sich, daß die fragliche Masse aus verschiedenen Gründen wenig empfehlenswerth sey; und sie wurde nur gewählt, weil sich genau laufende Glascylinder nicht herstellen lassen, Ebonit aber genau laufend gedreht werden konnte. Diese Anschauung entsprach auch der Ansicht des Hrn. Prof. Poggendorff, welcher mehr oder weniger gleichzeitig mit mir Versuche mit Ebonitscheiben angestellt hatte. Hr. Borchardt hat später auf wiederholte Anfrage seiner Kunden diese Versuche fortgesetzt, aber namentlich wegen der großen Veränderlichkeit der Masse stets negative Resultate erhalten. Ich für meinen Theil würde übrigens solche Scheiben schon ihrer Undurchsichtigkeit halber verwerfen, welche namentlich für Schulen das Verständniß der Maschine erschwert.

Gleichwohl bin ich noch einmal zur Construction einer Maschine übergegangen, in welcher nicht bloß die Scheiben, sondern sämtliche Theile mit Ausnahme der nothwendigen Leiter aus Ebonit bestanden. Dies geschah im Sommer 1874, als obenerwähnter Hr. Schlosser an

Hrn. Borchardt die Bitte gerichtet hatte, ihm eine besonders billige, wenn auch kleine Maschine zukommen zu lassen. Da ich zugleich prüfen wollte, wie klein die Dimensionen seyn dürften, um noch eine namhafte Wirkung zu erzielen, so gab ich der rotirenden Scheibe eine Gröfse von 140<sup>mm</sup>; da aber eine so kleine Scheibe, um einigermaßen wirksam zu seyn, nothwendig sehr schnell rotiren mußte, so durfte sie nur äußerst leicht und von gleichmäßiger Dicke seyn, Bedingungen, welche Glas-scheiben leider nicht erfüllen. Das war der Hauptgrund, weshalb ich hier der Ebonitmasse den Vorzug gab. Ein anderer Grund war der, daß die Maschine vermuthlich, gleichsam für den Jahrmarkt bestimmt, in Hände gerathen würde, für welche Glas seiner Zerbrechlichkeit wegen weniger angemessen sey. Durch Verlegung des Schnur-rades unmittelbar hinter die feste Scheibe und durch eine besondere Vorrichtung, nämlich mit Hülfe zweier auf einmal verstellbaren Rollen, war dafür gesorgt, daß das große Schnurrad, ohne einen wesentlichen Raum zu beanspruchen, und ohne, daß das kleine etwa 10<sup>mm</sup> große Schnurrad weniger als zur Hälfte umgespannt war, fast die Gröfse der rotirenden Scheibe hatte. Das letztere war nöthig, um die große Rotationsgeschwindigkeit ohne Schleifen der Schnur bewerkstelligen zu können. Die Wirkung war wohl den Dimensionen entsprechend, denn es ließ sich, aber freilich nur bei günstiger Witterung, eine Funkenlänge von 35 bis 40<sup>mm</sup> erhalten, und Hr. Schlosser hat sich in einem von 17. Sept. 1874 datirten Briefe über diese Funkenlänge zufrieden geäußert. Aber auch bei diesem Maschinchen zeigte sich die Unbrauchbarkeit des Ebonits, weil die Scheibe, was ich bei dem kleinen Durchmesser derselben kaum erwartet hatte, sich durch die elektrische Anziehung nicht nur momentan — so daß sie zuweilen an der festen klebte —, sondern auch dauernd verbog. Außerdem zeigte sie sich, trotzdem sie aus der besten käuflichen Sorte gewählt war, im unlackirten Zustande hygroskopischer, als gutes Glas, und konnte

alsdann nicht, wie eine Glasscheibe, erwärmt werden, weil Ebonit gegen nichts empfindlicher als gegen Temperaturveränderung ist.

Da sowohl in der zuerst genannten, als in der letzten Maschine weder von Hrn. Borchardt, noch von mir wesentliche Vorzüge entdeckt wurden — eben so wenig wie in der Anwendung laufender Gummi- oder Gutta-perchabänder, welche ich gleichfalls in verschiedener Weise zur Construction von Influenzmaschinen benutzte —, so hielt ich es nicht für werth, darüber zu berichten. Jedenfalls glaube ich aber behaupten zu dürfen, daß ich der erste war, welcher die Glasscheiben durch andere Isolatoren ersetzte, und daß Hr. Schlosser am wenigstens die Priorität dieser Abänderung beanspruchen kann.

---

**XI. Ueber das Verhalten des elektrodynamischen Grundgesetzes zum Princip von der Erhaltung der Energie und über eine noch weitere Vereinfachung des ersteren;  
von R. Clausius.**

(Aus d. Schriften d. Niederrhein. Gesellsch. f. Natur- u. Heilkunde mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

---

Das vor Kurzem von mir mitgetheilte neue elektrodynamische Grundgesetz bietet in Bezug auf seine Zulässigkeit und die etwa noch bestehende Möglichkeit einer Vereinfachung Veranlassung zu einer sehr wesentlichen Betrachtung, welche ich mir erlauben will ebenfalls mitzuthellen.

Zwei in Bewegung befindliche Elektricitätstheilchen  $e$  und  $e'$  mögen zur Zeit  $t$  die rechtwinkligen Coordinaten  $x, y, z$  und  $x', y', z'$  haben, und es sey zur Abkürzung gesetzt:

$$\xi = x - x', \quad \eta = y - y', \quad \zeta = z - z'.$$

Ferner bezeichne man den Abstand der beiden Theilchen von einander mit  $r$ , zwei gleichzeitig von ihnen durchlaufene Bahnelemente mit  $ds$  und  $ds'$ , den Winkel zwischen denselben mit  $\varepsilon$  und die Geschwindigkeiten mit  $v$  und  $v'$ . Wenn dann die in die Coordinatenrichtungen fallenden Componenten der Kraft, welche das Theilchen  $e$  von dem Theilchen  $e'$  erleidet, durch  $Xee'$ ,  $Yee'$ ,  $Zee'$  dargestellt werden, so gelten zu ihrer Bestimmung Gleichungen, welchen ich in meiner vorigen Mittheilung zunächst folgende allgemeinere Form gab:

$$X = \frac{\xi}{r^3} - k \left( \frac{\xi}{r^3} \cos \varepsilon + n \frac{d^2 \frac{\xi}{r}}{ds ds'} \right) v v' + k \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{r} \frac{d\xi}{dt} \right)$$

$$Y = \frac{\eta}{r^3} - k \left( \frac{\eta}{r^3} \cos \varepsilon + n \frac{d^2 \frac{\eta}{r}}{ds ds'} \right) v v' + k \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{r} \frac{d\eta}{dt} \right)$$

$$Z = \frac{\zeta}{r^3} - k \left( \frac{\zeta}{r^3} \cos \varepsilon + n \frac{d^2 \frac{\zeta}{r}}{ds ds'} \right) v v' + k \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{r} \frac{d\zeta}{dt} \right),$$

worin  $k$  die auf das Größenverhältniß zwischen der elektrodynamischen und der elektrostatischen Kraft bezügliche Constante ist, und  $n$  eine vorläufig unbestimmt gelassene Constante bedeutet.

Es entsteht nun die Frage, ob das durch diese Gleichungen ausgedrückte Kraftgesetz mit dem Princip von der Erhaltung der Energie vereinbar ist.

Wenn die elektrodynamische Einwirkung der beiden Theilchen auf einander durch einen zwischen ihnen befindlichen Stoff vermittelt wird, so ist es nicht durchaus nothwendig, daß die Kräfte, welche die beiden einzelnen Theilchen erleiden, schon für sich allein jenem Princip genügen, da ja der vermittelnde Stoff auch an der Wirkung theilnimmt. Aber für die von geschlossenen galvanischen Strömen auf einander ausgeübten Wirkungen darf man, gemäß den darüber bekannten Gesetzen, erwarten, jenes Princip auch ohne Mitberücksichtigung eines zwischen ihnen befindlichen Stoffes erfüllt zu finden.

Multiplieirt man nun die obigen Ausdrücke von  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  der Reihe nach mit  $\frac{dx}{dt}$ ,  $\frac{dy}{dt}$  und  $\frac{dz}{dt}$ , und ebenso die Ausdrücke, welche für die auf das Theilchen  $e'$  bezüglichen Componenten  $X'$ ,  $Y'$  und  $Z'$  in entsprechender Weise gebildet sind, mit  $\frac{dx'}{dt}$ ,  $\frac{dy'}{dt}$  und  $\frac{dz'}{dt}$ , addirt sie dann sämmtlich und multiplicirt die Summe noch mit dem Producte  $ee'$  und dem Zeitelement  $dt$ , so erhält man den Ausdruck der während dieses Zeitelementes von den beiden Kräften geleisteten Arbeit. Diesen Ausdruck kann man, wenn man die mit dem Factor  $n$  behafteten Glieder vorläufig fortläßt, in folgende Form bringen:

$$-d \frac{ee'}{r} \left[ 1 - k(v^2 + v'^2 - vv' \cos \varepsilon) \right] - \frac{k}{2} \frac{ee'}{r} d(v^2 + v'^2).$$

Hierin ist das erste Glied ein vollständiges Differential, wie es dem Princip von der Erhaltung der Energie entspricht, das zweite Glied dagegen erfüllt diese Bedingung noch nicht.

Betrachten wir nun aber zwei galvanische Stromelemente, welche sich irgendwie bewegen und in ihrer Intensität veränderlich seyn können, so haben wir anzunehmen, daß sich in jedem dieser Elemente gleich viel positiver und negativer Elektricität befinde. Bezeichnen wir diese Elektricitätsmengen mit  $+e$ ,  $-e$ ,  $+e'$ ,  $-e'$  und combiniren  $+e$  mit  $+e'$ ,  $+e$  mit  $-e'$ ,  $-e$  mit  $+e'$  und  $-e$  mit  $-e'$ , so haben wir für jede dieser vier Combinationen einen Ausdruck von der vorstehenden Form zu bilden und diese vier Ausdrücke zu addiren. Dabei erhalten wir aus dem letzten Gliede, welches durch Auflösung der Klammer in zwei zerfällt, im Ganzen acht Glieder, von denen je zwei gleich und entgegengesetzt sind, so daß sie sich sämmtlich unter einander aufheben. Die Summe besteht dann also nur noch aus den dem ersten Gliede des vorstehenden Ausdruckes entsprechenden vier Gliedern, welche, wie schon gesagt, dem Princip von der Erhaltung der Energie genügen.

Was ferner noch die oben fortgelassenen, mit dem Factor  $n$  behafteten Glieder anbetrifft, so heben sich diese zum Theil ebenfalls schon in dem auf zwei einzelne Stromelemente bezüglichen Ausdrücke der Arbeit auf, und die übrig bleibenden werden bei der Integration über geschlossene Ströme Null.

Demnach sind die obigen Gleichungen in der Weise, wie es nach den experimentell feststehenden Thatsachen erforderlich ist, mit dem Princip von der Erhaltung der Energie im Einklange.

Ferner habe ich schon in meiner vorigen Mittheilung gesagt, es sey theoretisch am wahrscheinlichsten, daß die Constante  $n$  den Werth Null habe. Dadurch fallen die zuletzt besprochenen, mit dem Factor  $n$  behafteten Glieder von selbst fort, und das Princip von der Erhaltung der Energie ist somit nicht nur für geschlossene Ströme, sondern auch für die einzelnen Elemente derselben erfüllt.

Außer dieser Vereinfachung läßt sich nun aber noch eine zweite einführen, welche sich ebenfalls nur auf einen die Wirkungen eines geschlossenen galvanischen Stromes nicht beeinflussenden Bestandtheil der Formeln bezieht.

Ich bin schon bei der Ableitung der obigen Gleichungen in einigen wesentlichen Punkten von den bisherigen Anschauungen abgewichen. Ich habe nämlich nicht blos die relative Bewegung der beiden Elektrizitätstheilchen, sondern auch ihre absoluten Bewegungen in Betracht gezogen, und ferner habe ich für die von den Theilchen auf einander ausgeübten elektrodynamischen Kräfte von der Annahme, daß ihre Richtung in die Verbindungslinie der Theilchen fallen müsse, abgesehen. Dagegen habe ich an der Voraussetzung, daß die beiden Kräfte einander gleich und entgegengesetzt seyen, noch festgehalten. Indessen ist auch diese Voraussetzung für Kräfte von der Art, wie die elektrodynamischen sind, nicht nothwendig. Läßt man auch sie noch fallen, so kann man den Grundgleichungen folgende Form geben:

Die  
chen  $e$   
Theilch  
dem Pri  
eines Z  
durch

Auc  
Gelegen  
einzelne  
man nä

und bet  
 $x', y',$   
und ihr  
schreib

und eb  
aus der  
ableiten

$$X = -\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{r} (1 - k v v' \cos \varepsilon) \right) - k \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{r} \frac{dx'}{dt} \right)$$

$$Y = -\frac{d}{dy} \left( \frac{1}{r} (1 - k v v' \cos \varepsilon) \right) - k \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{r} \frac{dy'}{dt} \right)$$

$$Z = -\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{r} (1 - k v v' \cos \varepsilon) \right) - k \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{r} \frac{dz'}{dt} \right).$$

Die durch diese Gleichungen bestimmte auf das Theilchen  $e$  wirkende Kraft und die ihr entsprechende auf das Theilchen  $e'$  wirkende Kraft genügen schon für sich allein dem Princip von der Erhaltung der Energie. Die während eines Zeitelementes von ihnen gethane Arbeit wird nämlich durch das folgende vollständige Differential dargestellt:

$$-d \frac{ee'}{r} (1 + k v v' \cos \varepsilon).$$

Auch kann man durch Anwendung eines bei anderer Gelegenheit von Lagrange eingeführten Verfahrens die einzelnen Kraftcomponenten einfacher ausdrücken. Setzt man nämlich:

$$U = \frac{ee'}{r}$$

$$V = k \frac{ee'}{r} v v' \cos \varepsilon$$

$$= k \frac{ee'}{r} \left( \frac{dx}{dt} \frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt} \frac{dz'}{dt} \right)$$

und betrachtet  $U$  als Function der sechs Coordinaten  $x, y, z, x', y', z'$ , und  $V$  als Function dieser sechs Coordinaten und ihrer Differentialcoefficienten nach  $t$ , so kann man schreiben:

$$Xee' = \frac{d(V - U)}{dx} - \frac{d}{dt} \left( \frac{dV}{dx} \right),$$

und ebenso kann man die übrigen fünf Kraftcomponenten aus den beiden Functionen  $U$  und  $V$  durch Differentiation ableiten.

Für die Componenten der Kraft, welche ein galvanisches Stromelement  $ds$  von einem Stromelemente  $ds'$  erleidet, ergeben sich aus der vereinfachten Form der Grundgleichungen folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned}
 cii' ds ds' \left( \frac{d \frac{1}{r}}{dx} \cos \varepsilon - \frac{d \frac{1}{r}}{ds} \frac{dx'}{ds'} \right) \\
 cii' ds ds' \left( \frac{d \frac{1}{r}}{dy} \cos \varepsilon - \frac{d \frac{1}{r}}{ds} \frac{dy'}{ds'} \right) \\
 cii' ds ds' \left( \frac{d \frac{1}{r}}{dz} \cos \varepsilon - \frac{d \frac{1}{r}}{ds} \frac{dz'}{ds'} \right).
 \end{aligned}$$

## XII. Vorlesungsversuche; von Max Rosenfeld,

Reallehrer in Teschen.

Ein hübscher Vorlesungsversuch, durch den man die Explosion bei der Entzündung des Knallgases auf höchst einfache und ganz gefahrlose Weise zeigen kann, gelingt folgendermaßen: Durch eine Kugelpipette, deren Rohr etwa einen Durchmesser von 8<sup>mm</sup> besitzt, deren Spitze von der Kugel, mit einem Durchmesser von 3 Cm., etwa 5 Cm. entfernt ist, und deren anderer Arm 15 Cm. Länge hat, läßt man in der Weise Wasserstoff streichen, daß man sie mit dem weiteren Ende an ein zu einer Spitze ausgezogenes Ausströmungsrohr eines Wasserstoff-Entwicklungsapparates hält. Ist die Luft aus derselben verdrängt, so wird das aus der Spitze der Pipette ausströmende Gas entzündet, sodann die Pipette von der Ausströmungsöffnung behutsam entfernt, und in der Weise vertical emporgehalten, daß die Spitze nach aufwärts gerichtet ist.

Der Wasserstoff brennt einige Secunden ruhig ab; im Momente des Verlöschens aber erfolgt die Entzündung des in der Kugel sich bildenden Knallgases mit einer ziemlich heftigen Detonation, ohne daß die Pipette jedoch irgend welchen Schaden nimmt.

Führt man das Experiment im Dunkeln aus, so sieht man im Momente der Explosion die Pipette eine Lichterscheinung durchzucken, welche über die beiden Oeffnungen hinausragend, in Büscheln endigt.

Dieselbe Pipette kann auch dazu benutzt werden, um ein Gemenge von Schwefelkohlenstoffdämpfen und Sauerstoff auf einfache Weise zur Entzündung zu bringen. Man verfährt dabei so, daß man mit einigen Tropfen Schwefelkohlenstoff die innere Wandung der Pipette benetzt, aus einem Gasometer Sauerstoff durchleitet, die Pipette rasch entfernt, und die Spitze derselben, ein wenig *nach abwärts* geneigt, schnell mit einer Flamme in Berührung bringt. Die Entzündung erfolgt mit einer sehr heftigen Explosion. Auch dieses Experiment ist ganz gefahrlos.

Es ist selbstverständlich, daß dieser Versuch sich auch auf andere Gasgemische ausdehnen läßt; ob es sich bei einem Gemenge von Chlor und Wasserstoff ähnlich verhalte, werde ich nächstens berichten.

### XIII. *Neue Bestimmungsweise der Sonnenparallaxe.*

(Aus dem Tageblatt der Naturforscher-Versammlung zu Breslau im September 1874, S. 77.)

Hr. Galle (Director der Sternwarte zu Breslau) berichtete über die Ergebnisse einer von ihm vorgeschlagenen und im vorigen Jahre zur Ausführung gelangten Bestimmung der Sonnenparallaxe aus Beobachtungen eines der kleinen Planeten auf mehrern Sternwarten der nördlichen und südlichen Halbkugel. Das Beobachtungs-Verfahren beruht auf der Messung von Declinations-Differenzen zwischen dem Planeten und nahe nördlich oder südlich gelegenen Sternen mittelst des Fadenmikrometers an einem Aequatoreal. Obwohl die kleinen Planeten wegen der

größeren Entfernung an sich ungünstiger sind zur Bestimmung der Sonnen-Parallaxe als Venus und Mars, so wird doch dieser Nachtheil wiederum compensirt durch die größere Genauigkeit der Einstellung, indem dieselben in den Fernröhren als fixsternartige Punkte erscheinen, während die Beobachtung von Venus und Mars durch die Rücksichten auf Durchmesser, Irradiation, Phase, etc. erschwert wird. In Anerkennung dessen ist im vorigen Herbst eine Cooperation zur Beobachtung des Planeten *Flora* zu Stande gekommen, der in den Monaten October und November v. J. die seltene Erdnähe von 0,87 der Sonnen-Entfernung erreichte. Der Planet wurde auf der nördlichen Halbkugel beobachtet auf den neun Sternwarten in Dublin und Parsontown in Irland, Lund und Upsala in Schweden, Washington und Clinton in Nord-America, Moskau, Leipzig und Bothcamp bei Kiel; auf der südlichen Halbkugel am Cap der guten Hoffnung, in Melbourne in Australien und in Cordoba in Südamerica (Argentinische Republik) auf allen zwölf Sternwarten mit großen Fernröhren ersten Ranges. Die soeben von dem Vortragenden beendete Rechnung hat ein mit den neueren Bestimmungen der Sonnenparallaxe gut übereinstimmendes und dieselben aufs Neue bestätigendes Resultat ergeben, wonach die Entfernung der Erde von der Sonne sehr genau gleich der runden Zahl von 20 Millionen geogr. Meilen und der Winkelwerth der Sonnenparallaxe gleich  $8'',86$  sich findet<sup>1)</sup>, den der Vortragende mit den einzelnen neueren Bestimmungen dieser Zahl in Vergleichung stellte.

- 1) Also genau derselbe Werth, den Foucault aus der Lichtgeschwindigkeit und der Aberration, d. h. aus der Umlaufgeschwindigkeit der Erde, hergeleitet hat (Ann. Bd. 118, S. 485 und 487). — Dafs Encke die Parallaxe aus den Beobachtungen von 1761 =  $8'',5309$ , aus denen von 1769 =  $8'',6030$  und aus beiden Reihen =  $8'',5776$  fand, erklärt Hr. Le Verrier dadurch, dafs derselbe bei der Berechnung die schlechten Beobachtungen nicht von den guten sonderte, vielmehr alle unterschiedslos der Methode der kleinsten Quadrate unterwarf (Compt. rend. 1875. T. LXXX, p. 290). — Es bestätigt dies, was Dr. Philipp Fischer in der Vorrede zu seinen „*Untersuchungen über die Gestalt der Erde*“ (Darmstadt 1868, 8°) sagt, „dafs die Methode der kleinsten Quadrate öfters unter anscheinend ganz unverdächtig erscheinenden Umständen nicht allein nicht die besten Resultate ergibt, sondern recht fehlerhafte.“ P.